Trabajo Práctico N° 7: TRANSFORMACIONES LINEALES

Nota: Los ejercicios marcados con asterisco son ejercicios propuestos resueltos en la bibliografía detallada.

Ejercicio 1: Determine cuáles de las siguientes funciones que se dan a continuación son transformaciones lineales.

a) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ / T(x,y) = (x+y, -x, 2y)

b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$/ T(x,y) = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^{3x2}$ / T(x,y) = $\begin{bmatrix} x & x+y \\ 0 & y \\ -x & 0 \end{bmatrix}$

d) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$/ T(x,y) = $(|x| + y;\ -3x)$

e) $T: \mathbb{R}^{2x2} \rightarrow \mathbb{R}$ / T(A) = det(A)

f) $T: P_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$/ T(ax+b) = (a,2b)

***Ejercicio2:** *Ver Kozak, Pastorrelli, Vardanega, "Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal", Ejemplos del 2 al 7 del Capítulo 9.*

Ejercicio 3: Para las funciones del ejercicio anterior que sean transformaciones lineales determine:

a) Núcleo, base y dimensión, interprete geométricamente.

b) Imagen, base y dimensión e interprete geométricamente.

c) Verifique el teorema de la dimensión para las transformaciones lineales anteriores.

***Ejercicio 4:** *Ver Kozak, Pastorrelli, Vardanega, "Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal", Ejemplo 10 del capítulo 9.*

Ejercicio 5: Teniendo en cuenta las siguientes propiedades acerca de la clasificación de las transformaciones lineales:

Sea la transformación lineal T: V $\longrightarrow$ W , es un monomorfismo ⇔Nu(T) =$\{\mathbf{0}_v\}$

Sea la transformación lineal T: V $\longrightarrow$ W , es un epimorfismo ⇔Im(T) = W.

Sea la transformación lineal T: V $\longrightarrow$ W , es un isomorfismo ⇔ Nu(T) =$\{\mathbf{0}_v\}$ ∧ Im(T)=W

Sea la transformación lineal T: V $\longrightarrow$ W , es endomorfismo ⇔ V=W.

a) Clasifique las transformaciones lineales analizadas en el ejercicio 3.

b) Sea la transformación lineal $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$/ T(x,y)=(kx+y, 3x+3y, x+ky), encontrar $k \in \mathbb{R}$, si existe, tal que T sea un monomorfismo.

c) Si transformación lineal $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ tiene rango 3, ¿cómo se podría clasificar dicha transformación?

***Ejercicio 6:** *Ver Kozak, Pastorrelli, Vardanega, "Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal", Ejemplo 12 del capítulo 9.*

Ejercicio 7: Halle la ley de transformación de $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ si se conoce T (1,-1) = (2,1,-2) y T (2,1) = (7,2,2).

Ejercicio 8:

8.1) Encuentre la matriz estándar A de la siguiente transformación lineal:

$$T(x, y) = (2x, y)$$

8.2) Encuentre la matriz asociada M, de la misma transformación lineal del inciso 8.1 respecto a la base $B = \{(1,0),\ (1,1)\}$ en el dominio y codominio.

8.3) Encuentre la matriz de pasaje P´ de la base canónica a la base $B = \{(1,0), (1,1)\}$.

8.4) Encuentre la matriz de pasaje P de la base $B = \{(1,0),\ (1,1)\}$ a la base canónica.

8.5) Utilizando los resultados anteriores analice:

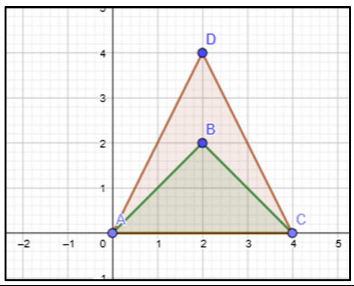
a) ¿Qué relación existe entre P´y P?
b) Calcule P´AP. ¿Qué relación existe entre A y M ?

8.6) Utilizando la matriz A, calcule T(2,3). Utilizando la matriz M, calcule T(2,3). Realice conclusiones.

***Ejercicio 9:** *Ver Kozak, Pastorrelli, Vardanega, "Nociones de Geometría Analítica y Algebra Lineal", Ejemplo 18 del capítulo 9.*

Ejercicio 10: Se conoce la matriz asociada $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ respecto a las bases $B = \{(1,0), (1,1)\}$ en el dominio y $B´=\{(0,1), (2,1)\}$ en el codominio. Encuentre la matriz A estándar.

Ejercicio 11: Dado el triángulo con vértices V_1= (0,0), V_2= (2,2) y V_3= (4,0), complete:

Transformación lineal	**Transformación Lineal**	**Matriz Asociada**	**Región que se obtiene al aplicar la TL al triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$:**
Expansión vertical con k=2	$T(x, y) = (x, 2y)$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	

Transformación lineal	**Transformación Lineal**	**Matriz Asociada**	**Región que se obtiene al aplicar la TL al triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$:**
Reflexión respecto el eje x			
Proyección respecto al eje y			
Rotación de 30° en sentido antihorario			
	$T(x,y) = (x+3y, y)$		
		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	

<u>Ejercicio 12:</u> Responder V o F. Si es verdadero, proporcione una demostración, y si es falso, muestre un contraejemplo.

a) El núcleo de T: $\mathbb{R}^{2x2} \rightarrow \mathbb{R}^{2x2}$ / T(A)= A+A^T es el conjunto de las matrices nulas de orden 2x2.

b) Si A y B son matrices semejantes entonces $A^{-1}\ y\ B^{-1}$son matrices semejantes entre sí.

c) Si A y B son semejantes entonces det(A)-det(B)= 0.

d) Si $T: \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^2$ es una transformación lineal, la nulidad es como máximo 2.

e) Si $T: \mathbb{R} \quad \to \mathbb{R}^7$ es una transformación lineal, el rango de la transformación es como máximo 7.

f) El operador derivación es un operador lineal.

g) El operador integración es un operador lineal.