1. Encontrar las componentes del vector de $\mathbb{R}^2$ cuyo origen es el punto $P(-1, 5)$ y su extremo es el punto $Q(2, 0)$. Graficar.

   Para los ejercicios 2 a 4, sean los vectores

$$u = \overline{P1P2}, \qquad v = \overline{Q_1Q_2}, \qquad w = \overline{R_1R_2},$$

   donde $P_1(1, 0, -1)$, $P_2(0, 2, 1)$, $Q_1(4, 0, 2)$, $Q_2(3, -1, -2)$, $R_1(3, -1, 2)$ y $R_2(-2, 1, -5)$.

2. Calcular en forma analítica

   a) $u + v$
   b) $u - v$
   c) $(2v - 3w) - (5u + v)$
   d) $\|u + v\|$
   e) $\|u\| + \|v\|$
   f) $\| - w\| + \|w\|$

3. Graficar los siguientes vectores

   a) u
   b) v
   c) w
   d) $-w$
   e) $2u$
   f) $2u + v$

4. Completar las siguientes proposiciones de manera que resulten verdaderas.

   a) El vector .... verifica la igualdad $3u - w + x = 3x + v$.
   b) El vector v forma un ángulo de .... con el eje x, uno de .... con el eje y, y uno de .... con el eje z.
   c) El ángulo entre u y v es de ....
   d) La distancia entre v y w es de ....
   e) Un vector de magnitud 11 unidades paralelo a w es ....
   f) El punto .... pertenece al segmento $\overline{P_1R_2}$ y se encuentra a 2 unidades de P_1 y a 1 unidad de R_2.

5. Determinar el producto punto entre u y v sabiendo

   a) $u = (-1, 2, 1)$ y $v = (0, 2, 2)$.
   b) u y v son perpendiculares.
   c) $\|u\| = 2$, $\|v\| = 5$ y el ángulo entre ambos es 45°.

6. Sean $u = (2, -1, 5)$ y $v = (1, 0, -3)$.

   a) Hallar un vector w que sea perpendicular tanto a u como a v.
   b) Calcular el área del triángulo cuyos vértices son los extremos de u, v y w.
   c) Calcular el volumen del paralelepípedo que generan u, v y w.
   d) Calcular $u \cdot (v \times w)$ y usar el resultado para obtener el valor de $(v \times w) \cdot u$ y $v \cdot (w \times w)$.

7. a) Determinar las ecuaciones vectorial, paramétricas y simétrica de la recta L generada por $v = (1, 2)$ y que pasa por $P(1, 1)$.

b) Obtener la intersección de L con los planos xy, yz y xz.

c) Encontrar otra recta L_1 ortogonal a L que pase por $(1,0)$. ¿Cuántas hay?

d) Describir la recta L_2 que pasa por el punto de intersección de L con L_1 y por $(1,-1)$.

e) Hallar el ángulo entre L_1 y L_2.

8. *a*) Dar las ecuaciones simétrica y paramétrica vectorial de la recta

$$L : \begin{cases} x &= t \\ y &= 2t+1 \\ z &= t+1 \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}.$$

b) Encontrar otra recta L_1 ortogonal a L que pase por $(1,0,0)$. ¿Cuántas hay?

c) Determinar si los puntos $R(2,-1,3)$ y $Q(1,3,2)$ pertenecen a L.

9. *a*) Determinar las ecuaciones vectorial, paramétricas y general del plano π generado por $v=(1,2,1)$ y $w=(0,1,1)$, y que pasa por $P(1,0,1)$.

b) Encontrar un plano π_1 ortogonal a π que pase por $(1,0,0)$. ¿Cuántos hay?

c) Determinar la recta de intersección de π y π_1.

d) Encontrar un plano π_2 que contenga a la recta del inciso anterior y al punto $(1,2,-1)$.

e) Hallar el ángulo entre π_1 y π_2.

10. Describir mediante una ecuación:

a) El plano que pasa por los puntos $Q_1(1,0,0)$, $Q_2(1,1,0)$ y $Q_3(1,1,1)$.

b) El plano que contiene a la recta $(x,y,z)=t(1,2,1)$, $t\in\mathbb{R}$, y que pasa por $Q(1,1,1)$.

c) Tres planos paralelos que son normales al vector $v=(0,1,-1)$ y que pasan por $P_1(0,0,2)$, $P_2(2,1,0)$ y $P_3(0,0,0)$, respectivamente.

d) El plano que forma 45° respecto al plano xy y que pasa por el origen.

e) La recta L que contiene al punto $P(-2,1,-2)$ y es perpendicular al plano $\pi : 3x+y-z-1=0$.

f) El plano paralelo a π que pasa por el punto $R(0,1,0)$.

g) La intersección entre el plano π y la recta L.

11. Describir geométricamente:

a) El conjunto $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x,y)=(3+\alpha)(0,5)+\alpha(-2,7), \alpha\in\mathbb{R}\}$

b) El conjunto $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid (x,y,z)=(-1,0,0)+\lambda(0,-5,2), \lambda\in[0,1]\}$

c) El conjunto $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid (x,y,z)=(-3+\lambda, 2\lambda-\beta, 5+7\lambda+2\beta), \lambda,\beta\in\mathbb{R}\}$

d) El conjunto $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x=0\}$

e) El conjunto $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z=0\}$

12. Dadas las rectas

$$\begin{aligned} L_1: \quad & (x,y,z) = t(3,1,-7) + (2,-5,0), \quad t \in \mathbb{R}, \\ L_2: \quad & (x,y,z) = r(5,-8,1) + (-1,2,0), \quad r \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

y los planos

$$\begin{aligned} \pi_1: \quad & 2x - y - z = 4, \\ \pi_2: \quad & 3x - 2y + 4z = 11, \\ \pi_3: \quad & 6x + 8y - 4z = 22, \end{aligned}$$

determinar e interpretar geométricamente los siguientes conjuntos

a) $L_1 \cap L_2$
b) $\pi_1 \cap \pi_2$
c) $\pi_1 \cap \pi_3$
d) $\pi_2 \cap \pi_3$
e) $\pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$
f) $L_1 \cap \pi_2$
g) $L_2 \cap \pi_1$
h) $L_2 \cap \pi_3$
i) $L_1 \cap \pi_3$

13. Justificar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

a) Para todo $k \in \mathbb{R}$ y cualesquiera $u, v \in \mathbb{R}^n$, se verifica $k(u \times v) = ku \times kv$.
b) Sean $u, v \in \mathbb{R}^n$. Si $\|u\| = \|v\|$ y $u \cdot v \neq 0$, entonces $u = v$.
c) $(u \cdot w)v$ es un vector paralelo a v, cualesquiera sean $u, v, w \in \mathbb{R}^n$.
d) Los vectores (a, b) y $(-b, a)$ son ortogonales para todo $a, b \in \mathbb{R}$.
e) Si $u, v \in \mathbb{R}^3$, entonces $|u \times v|^2 = |u|^2|v|^2 - (u \cdot v)^2$.
f) Cualesquiera sean $u, v, w \in \mathbb{R}^3$, si $u \times v = u \times w$, entonces $v = w$.
g) Si $p = (p_1, p_2)$ es el vector de $\mathbb{R}^2$ que genera a la reta L, entonces p está incluido en L.
h) El vector $n = (7, 2, 3)$ es perpendicular al plano generado por $(1, 2, 3)$ y $(-1, 0, 1)$.
i) La ecuación del plano que contiene al punto $P(1, 1, 1)$ y es paralelo al plano yz es $x = 1$.