TRABAJO PRÁCTICO Nº 1

Matrices

Ejercicio 1: Sean $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -2 & -7 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Calcule las matrices siguientes (si existen):

a) C + F

b) 4B – 3 C

c) B . F

d) F . B

e) E . B

f) A . A

g) $A^T \cdot A$

h) D . E $+ B^T$

i) $3\,(C.A) + E^T$

j) $F - C + A^T$

Ejercicio 2: Encuentre una matriz A_{3x3} para la cual $a_{ij} = \begin{cases} -i + j & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$

Ejercicio 3: Indique cuáles de las siguientes matrices son elementales. Justifique la respuesta en cada caso.

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ejercicio 4: Dada la siguiente matriz A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

Determine en cada caso la matriz elemental que premultiplicada por A produce:

a) el intercambio de filas ($F_2 \to F_3$).

b) que los elementos de la fila F_2 sean un múltiplo escalar de 3.

c) para que la primera fila de una matriz A’ resulte de sumarle a la primera fila de A el múltiplo escalar 3 de la tercera.

Ejercicio 5: Considere en el plano el triángulo de vértices B(1, 0), C(1, 2) y D(3, 2). Considere la premultiplicación de la matriz A= $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ por cada uno de lo vértices del triángulo, y observe la transformación que esta operación produce.

Ejercicio 6: Determine cuáles de las siguientes matrices están en la forma escalonada por filas; escalonada por filas reducida; o ninguna de ellas. Justifique.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7: Determine el rango de las siguientes matrices e indique cuáles de ellas son inversibles.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -5 & -3 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}; \quad \text{B=} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 5 & -15 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 8: determinar los valores para los cuáles $\begin{bmatrix} \beta & 1 & 1 \\ 1 & \beta & 1 \\ 1 & 1 & \beta \end{bmatrix}$ es invertible.

Ejercicio 9: Calcule las inversas de las siguientes matrices (si existen).

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 10: Conociendo A, B y sus inversas del ejercicio anterior, calcular (puede aplicar propiedades) y elaborar conclusiones:

a) $(A+B)^{-1}$ b) $A^{-1}+B^{-1}$ c) $(A.B)^{-1}$ d) $(A^2)^{-1}$

e) $(A^T)^{-1}$

Ejercicio 11: Demostrar que si A y B son matrices invertibles de nxn, entonces $(A\ .B)^{-1} = (B^{-1}.A^{-1})$

Ejercicio 12: Complete justificando la respuesta:

A) Sea la ecuación matricial $3BC = 4A^{-1}$, donde A, B y C son matrices cuadradas del mismo orden y admiten inversas, entonces:

B =

A =

B) Sea A_{nxn} inversible, X_{nx1}, B_{1xn}, matrices tales que $A.X = 2B^T$, entonces:

X =

B =

Ejercicio 13: Determinar, si existe, la matriz X que verifique la ecuación matricial E.X.A = B, siendo las matrices E, A y B las dadas en el ejercicio 9.

Ejercicio 14: Determinar si existe la matriz X tal que AX-C=X, siendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ejercicio 15: Determinar si las siguientes proposiciones son V o F. Justificar la respuesta.

a) Si A . B = O entonces A = O ó B = O.

b) Cualquiera sea la matriz A, la matriz $A.A^T$ es simétrica.

c) Toda matriz antisimétrica admite matriz inversa.

d) El producto de matrices inversibles, es inversible.

e) Si A es una matriz de orden nxn, entonces A es inversible.

f) Si A. B = I entonces A y B son cuadradas.

g) La suma de matrices diagonales inversibles, es una matriz diagonal inversible.

h) Si A de 2x2 tiene traza nula, entonces tiene matriz inversa.

i) Si A y B son matrices de 2x2 antisimétricas, A.B es antisimétrica.

j) Si A es una matriz de 3x3 de rango 2, la forma escalonada reducida de A es la matriz I.

k) $(5A + I)^T.I = 5A^T + 2I$