

Trabajo Práctico N° 3:

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 1 :

Resuelva, si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, empleando:

- i) el método matricial
- ii) el método de Cramer

Interprete geoméricamente cada una de las situaciones.

a) $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 2 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases}$

Ejercicio 2:

Marque con una cruz la opción correcta:

a) Los siguientes sistemas

$\begin{cases} 4x - 5 = 3x + y - 3 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ y $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$ son equivalentes si la ecuación que falta es

- i) $2x-1=y+2$ () ii) $3y-x=2$ () iii) $3x+3y-18=0$ () iv) nrac

b) El sistema $\begin{cases} ax + by = c \\ 2ax + 2by = 2c \end{cases}$ tiene

- i) solución única () ii) infinitas soluciones () iii) no tiene solución () iv) nrac ()

c) El sistema $\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 3x + 2y = d \end{cases}$ tiene solución única

- i) si $a = c$ () ii) si $a \neq c$ () iii) nunca () iv) siempre () v) nrac ()

d) El sistema $\begin{cases} x - y = a \\ x - y = b \end{cases}$ no tiene solución

- i) si $a \neq b$ () ii) nunca () iii) $a = b$ () iv) nrac ()

e) El sistema $\begin{cases} 3x - y = a \\ 2x - 4y = b \end{cases}$ es

- i) compatible indeterminado () ii) compatible determinado () iii) incompatible ()

Ejercicio 3:

Dado el siguiente sistema
$$\begin{cases} 3y - 3z = 6 \\ x - y + 4z = -3 \\ x + 6z = 4 \end{cases}$$

- Resolverlo por el método de eliminación de Gauss.
- Sabiendo que cada una de la ecuaciones del sistema representa un plano, ¿qué significa geoméricamente la solución del mismo?
- ¿Qué relación deberá existir entre los planos de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas para que el sistema sea incompatible?
- ¿Y para que sea compatible indeterminado?

Ejercicio 4:

Resuelva los siguientes sistemas aplicando el método de Gauss. Analice aplicando Rouché-Frobenius.

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = -2 \\ 4x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - 3y = 5 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 5:

Resolver los siguientes SEL homogéneos. Analizar por Rouché-Frobenius.

a)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + 6y - 2z = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 6:

Encuentre los valores de k para que los siguientes sistemas de ecuaciones lineales tengan i) solución única ii) ninguna solución iii) infinitas soluciones

a)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & k & 6 \\ -1 & 3 & k-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & k-2 \\ -1 & k & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7:

¿Qué condición deben cumplir a, b y c para que el sistema sea compatible?

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 6y - 11z = b \\ x - 2y + 7z = c \end{cases}$$

Ejercicio 8:

En cada caso marque con una cruz o los resultados correctos

a) Dado un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

- i) la solución es un conjunto de pares ordenados que satisfacen ambas ecuaciones
- ii) siempre tiene solución
- iii) no tiene solución
- iv) cada ecuación representa una recta en el plano
- v) si es inconsistente la gráfica del sistema está sobre el eje y
- vi) ambas ecuaciones son siempre equivalentes

b) Dado el siguiente SELH $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

- i) tiene infinitas soluciones
- ii) tiene única solución
- iii) no tiene solución
- iv) el rango de la matriz del sistema es 2

c) Dado un sistema de 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas

- i) si los tres planos son paralelos y distintos el sistema no tiene solución
- ii) si los tres planos se intersecan en una recta el sistema tiene solución única
- iii) si los tres planos se intersecan en un punto el sistema tiene solución única
- iv) si dos de los planos se intersecan en una recta y el tercero es paralelo no coincidente con uno de ellos, el sistema es incompatible.

Ejercicio 9:

Indique si las siguientes proposiciones son (V) o (F). Si son verdaderas, argumente su veracidad. Si son falsas, de un contraejemplo.

- a) Si A es una matriz cuadrada y el sistema $AX = 0$ es compatible determinado, su solución es igual a la del sistema $A^T X = 0$.
- b) Si un sistema tiene más incógnitas que ecuaciones, el sistema es incompatible.
- c) Dado un sistema de ecuaciones lineales que tiene una solución única es posible siempre añadir otra ecuación para que el sistema sea incompatible.
- d) Si un sistema de ecuaciones tiene variables libres, es incompatible.

- e) Un SELH con matriz de coeficientes cuadrada es siempre compatible determinado.
- f) El rango de la matriz ampliada debe coincidir con el rango de la matriz de coeficientes para que el sistema $AX = B$ sea compatible.
- g) Si un sistema compatible $AX = B$ tiene más variables que ecuaciones, siempre se puede encontrar B tal que el sistema no tenga solución.
- h) Si en $AX = B$, X es solución, entonces kX es solución, k es un número real.
- i) Si en $AX = 0$, X es solución, entonces kX es solución, k es un número real.
- j) Si A y C son dos matrices equivalentes los sistemas $AX = B$ y $CX = B$ tienen el mismo conjunto solución.