TRABAJO PRÁCTICO Nº 4:

Vectores en $\mathbf{R^2}$ y $\mathbf{R^3}$. Rectas y planos

Ejercicio 1: a) Sean los vectores **u** = (-1, 3, 4); **v** = (2, 1, -1) y **w** = (-2, -1, 3) . Halle la operación indicada e interprete gráficamente en cada caso:

1. - **u**	5. 3 **u** – **v** + 2**w**
2. **u** + **v**	6. $\frac{4}{3}$ **w**
3. **u** – **v**	7. $\lVert v \rVert$
4. **v** – **u**	8. $\lVert -v \rVert$

b) Determine:
1. El vector unitario paralelo a **u** que tenga la misma dirección
2. El vector unitario paralelo a **w** con dirección opuesta
3. El ángulo entre **u** y **v**
4. El valor de "x" tal que (x, -3, 5) sea perpendicular a **u**
5. El vector distinto de cero perpendicular tanto a **u** como a **v**

Ejercicio 2: Dados los puntos $P:(4,-2,0)$ y $Q:(0,4,3)$ de R^3 determine las componentes de los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{QP}$. Grafique.

Ejercicio 3: Determine si el ángulo entre los siguientes vectores es agudo, obtuso o recto y calcule la distancia entre ellos.

En R^2: a) $(3,-2)$ y $(4,6)$ En R^3: a) $(-2,-3,1)$ y $(3,-4,2)$

b) $(2,0)$ y $(-1,1)$ b) $(4,-2,-1)$ y $(1,4,-4)$

Ejercicio 4: Las fuerzas que actúan en un cuerpo se localizan en un plano, entonces se pueden representar mediante elementos de R^2

a) Si **v** = (v_1; v_2) es un vector fuerza entonces:
- El vector correspondiente al doble de la fuerza en la misma dirección es ....
- El vector correspondiente a un tercio de la fuerza en dirección opuesta es ....
- Interprete en un único gráfico cartesiano y extraiga conclusiones

b) Sea un cuerpo localizado en el origen de un sistema de coordenadas rectangulares. Dos fuerzas representadas por los vectores (5, 4) y (7, 1) actúan sobre el cuerpo.
- Interprete gráficamente
- Determine la resultante y magnitud de la fuerza
- Suponga que desea duplicar la magnitud de la fuerza resultante cambiando la fuerza (7,1) pero... sin alterar la fuerza (5, 4) ¿Cómo puede lograr esto?. Interprete gráficamente.

Ejercicio 5: Halle el área del triángulo determinado por los puntos: P_1(2, 2, 0); P_2 (-1 , 0 , 2) y P_3 (0 , 4 , 3). Interprete gráficamente.

Ejercicio 6: Dados los puntos P(1,3,-2) ; Q (2,1, 4) ; R (-3 , 1 , 6) vértices de un paralelogramo.

a) Grafique.
b) Determine las coordenadas del cuarto vértice T
c) Determine la distancia entre
   - Q y R ; T y P
   - R y T ; P y Q

   ¿A qué conclusión arriba?

d) Determine el ángulo entre:
   - $\overline{PQ}$ y $\overline{QR}$
   - $\overline{RQ}$ y $\overline{RT}$
   - $\overline{TR}$ y $\overline{TP}$
   - $\overline{PQ}$ y $\overline{PT}$

   ¿ A qué conclusión arriba?

   Determine el área del paralelogramo

Ejercicio 7: a) Clasifique los siguientes vectores como paralelos, perpendiculares o ninguna de las dos opciones cosas. Si son paralelos, diga si tienen la misma dirección o direcciones opuestas.

- (-1, 4) y (8, 2)
- (3, 2, 1) y (-9, - 6, -3)
- (10, 4, -1) y (- 5, -2, 3)

b) Determine si los siguientes conjuntos de vectores son coplanares:

- (2, 3, -2) ; (4, -1, -1) ; (3, 1, 2)
- (2, 12, -6) ; (8, 8, -4) ; (2, -4, 2)

Ejercicio 8: Halle la ecuación paramétrica :

a) De la recta en R^2 que pasa por (2, 1) y tiene vector paralelo a (3, 4).
b) De la recta en R^3 que pasa por los puntos A(1, 2, -1) y B(3, 1, 4)

Ejercicio 9: Encuentre las ecuaciones vectoriales, paramétrica y simétricas de la recta L que pasa por los puntos P(2, -1, 6) y Q (3, -1, -2).

Ejercicio 10: Encuentre las ecuaciones simétricas de la recta que contiene los puntos: P(3, 4, -1) y Q(-2, 4, 6)

Ejercicio 11: Encuentre la ecuación de una recta que pase por el punto (-2, 5) y sea paralela a la recta cuya ecuación es 2x + 3y = 6 . ¿ Cuántas rectas hay que cumplan estas condiciones?

Ejercicio 12: Encuentre la ecuación de una recta que pase por el punto (-2, 5) y sea perpendicular a la recta de ecuación 4x – 5y = 20. ¿Cuántas rectas hay que cumplan estas condiciones?

Ejercicio 13: Encuentre la ecuación del plano que pasa por los puntos P(1, 2, 1) ; Q(-2, 3, -1) y R(1, 0, 4). Presente un bosquejo del plano.

Ejercicio 14: Determine si los siguientes planos son paralelos, ortogonales, coincidentes o ninguno de los anteriores.

a) $\pi_1 : x - y + z = 3$; $\pi_2 : -3x + 3y - 3z = -9$

b) $\pi_1 : 2x - y + z = 3$; $\pi_2 : x + y + z = 3$

Ejercicio 15: Encuentre la ecuación del conjunto de todos los puntos de intersección de los dos planos.

a) $\pi_1 : x - y + z = 2$; $\pi_2 : 2x - 3y + 4z = 7$

b) $\pi_1 : -2x - y + 17z = 4$; $\pi_2 : 2x - y - z = -7$

Ejercicio 16: Encuentre el ángulo entre los dos planos de los ítems a) y b) del ejercicio anterior.

Ejercicio 17: En los siguientes ítems una sola es la respuesta correcta. Justifique las respuestas descartadas.

Una recta en R^3 que no pasa por el origen es:

a) $\{(x, y, z) \in R^3 / (x, y, z) = (0, 1, 0) + t(-1, 1, 0) ; t \in R\}$

b) $\{(x, y, z) \in R^3 / 2x - y + 3z = 0\}$

c) $\{(x, y, z) \in R^3 / (x, y, z) = t(0, 0, 1) ; t \in R\}$

d) $\{(0, 0, 0)\}$

Ejercicio 18: Complete las siguientes proposiciones

a) Un versor perpendicular al vector dirección de la recta de ecuación:

$$\frac{x-1}{5} = y + 3 = \frac{z}{-1}$$ es ....

b) Un vector paralelo al plano determinado por los vectores:(1, 0, - 2) y (3, -1, 1) es ……………..

c) El ángulo entre el “eje z” y la recta de ecuación:

$(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(2, -1, 0)$, $k \in R$ es ....

d) La ecuación del plano paralelo a x = -2 que pasa por el origen es ....

Ejercicio 19: Hallar la ecuación de la recta que contiene al punto M (-2, 4, 1) y es normal al plano:

π: $3x + y - 4z + 3 = 0$. Encontrar además la ecuación general del plano que pase por M y sea paralelo a π .