Trabajo Práctico Nº 6

ESPACIOS VECTORIALES CON PRODUCTO INTERIOR

Ejercicio 1:

Para u = (-2 , 5, 3) y v = (3 , 1, -2) de R^3, complete la siguiente tabla teniendo en cuenta el producto euclideano y el producto $<u, v>= u_1 v_1 + 4 u_2 v_2 + 5 u_3 v_3$

	u. v	< u, v >
Producto de u y v		
Norma de u		
Distancia entre u y v		
Ängulo entre u y v		

Ejercicio 2:

Para u, v y w vectores de un espacio con producto interno tales que $\langle u,v\rangle = 1$; $\langle u,w\rangle = 5$; $\langle v,w\rangle = 0$; $\|u\| = 1$; $\|v\| = \sqrt{3}$; $\|w\| = 2$, calcule

a) $\langle u+v, w+v\rangle$

b) $\|u-2v\|$

Ejercicio 3:

Pruebe que $<u,v> = 2u_1 v_1 + 3 u_2 v_2$ es producto interior en IR^2.

Ejercicio 4:

Determine cuál o cuáles de los 4 axiomas del producto interior no se cumple. Dar un contraejemplo en cada caso.

a) En IR^2 para $\langle u,v\rangle = u_2.v_2$

b) En IR^2 para $\langle u,v\rangle = -u_1.v_1 + u_2.v_2$

c) En M_{2-2} para $\langle A,B\rangle = \det(A \cdot B)$

Ejercicio 5:

Si <u, v> es un producto interior. Teniendo en cuenta los axiomas de espacio pruebe las siguientes identidades.

a) $\langle u+v, u-v\rangle = \|u\|^2 - \|v\|^2$

b) $\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + 2\langle u, v\rangle + \|v\|^2$

Ejercicio 6:

Considerando los dos productos del ejercicio 1, verifique la desigualdad de Schwarz y la propiedad triangular entre los vectores dados.

Ejercicio 7:

Describa los vectores (x , y) de IR^2 que son ortogonales al vector (1, -4). Verifique que éstos son los puntos de una recta que pasa por el origen.

Ejercicio 8:

Halle de ser posible un vector (x , y) de IR^2 que sea ortogonal a (5, -1) y a (10 , -2). ¿ Hay más vectores?

Ejercicio 9:

Halle de ser posible un vector (x , y) de IR^2 que sea ortogonal a (5 , -1) y a (0, 3). ¿ Hay más vectores?

Ejercicio 10:

Dado el siguiente producto interior en IR^2: $\langle v, v\rangle = 2u_1v_1 + 5u_2v_2$. Determinar si los vectores u y v son ortogonales.

Ejercicio 11:

Determinar si los planos dados son perpendiculares:

$$\pi_1 : \overline{OP} = (2,1,3) + \lambda_1 \cdot (0,2,0) + \lambda_2 (-1,0,0)$$

$$\pi_2 : \overline{OQ} = (1,3,-1) + \mu_1 \cdot (0,0,-2) + \mu_2 (0,3,0)$$

para producto interior euclideano en IR^3.

Ejercicio 12:

Los vectores u y v de IR^n forman un ángulo de 30 grados y se sabe que la norma de u es 5 y la norma de v es 3. Con estos datos determinar el valor de u.v.

Ejercicio 13:

Determine si los siguientes conjuntos son ortogonales y/o ortonormales

a) $\{(1,0),(0,2)\}$

b) $\left\{\left(\frac{2}{3},-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right),\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)\right\}$

Ejercicio 14:

Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones y justificar la respuesta.(Si es verdadera debe demostrarla y si es falsa dar un contraejemplo)

a) $A=\{(-1,1,0),(0,0,-1)\}$ es un conjunto ortogonal de IR^3.

b) $A=\{(1,1,0),(0,0,-1)\}$ es una base ortonormal de IR^3.

c) Sea IR^3 con producto interior euclideano, para k = - 1/2 los vectores u = (1, 1, 3) y v = (-1, 7, k) son ortogonales.

d) El vector v = (3/5 , 4/5) es un versor o vector unitario.

e) Para todo vector v de V, k de IR , $\|kv\| = |k| \cdot \|v\|$.