TRABAJO PRÁCTICO Nº 1

MATRICES

Ejercicio 1: Sean $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -8 \\ -2 & 0 & -4 \\ 8 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Encontrar las siguientes matrices o dar las razones por las que no están definidas:

a) A - 2B

b) 4F – 3 C^T

c) A . 1/2B

d) F . F

e) 3.D

f) -2.D

g) 3.D.F

h) A^2. F

i) -4 $(A.C) + E^T$

j) $C.D - A^T$

Ejercicio 2: Teniendo en cuenta que las matrices columnas pueden considerarse como vectores, representa gráficamente las respuestas obtenidas en los puntos e) y f) del ejercicio anterior, representa también a la matriz D y observa cual es el efecto sobre D al multiplicarla por un escalar. Los vectores hallados ¿son paralelos o perpendiculares entre sí?

Ejercicio 3: Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ y sea T una función tal que a un vector X del plano le asigna por imagen la matriz producto A.X. Sean los vectores $X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $X_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $X_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

a) Halle la imagen que dicha función le asigna a los vectores X_1 , X_2 y X_3 , es decir $A.X_1$; $A.X_2$ y $A.X_3$.

b) Represente gráficamente los vectores X_1 , X_2 y X_3 y sus imágenes.

c) Describa el efecto geométrico de esta función sobre los vectores (función que resulta al premultiplicar cada vector dado por la matriz A).

Ejercicio 4: Dar para cada caso un ejemplo de matrices 2 x 2 tales que satisfagan

a. $A^2 = -I$ (siendo I la matriz identidad de orden 2)

b. $B^2 = O$, considere B distinta de O (matriz nula de orden 2).

Ejercicio 5: Indique cuáles de las siguientes matrices son elementales. Justifique la respuesta en cada caso.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 6: ¿Qué le sucede a una matriz A de 3 x 3 si se premultiplica por

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}?$$

¿ Que sucede si postmultiplicamos a una matriz A por E_1?

Ejercicio 7:

a. Represente en el plano el cuadrado de vértices B(0, 0), C(0, 4) , D(4, 0) y F (4, 4) . Considere dichos vértices como vectores y premultiplíquelos por la matriz A= $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

b. Represente la figura que tiene por vértices los extremos de los vectores obtenidos. Observe e indique qué transformación sufrió el cuadrado.

Ejercicio 8: Determine cuáles de las siguientes matrices están en la forma escalonada por filas; escalonada por filas reducida; o ninguna de ellas. Justifique.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 9: Determine el rango de las siguientes matrices e indique cuáles de ellas son inversibles.

$$A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 2\\ 4 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{bmatrix};\qquad B=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 9\\ 0 & 0 & 0 & 4\end{bmatrix};\qquad C=\begin{bmatrix}12 & -2\\ 3 & -9\end{bmatrix}$$

Ejercicio 10: Calcule las inversas de las siguientes matrices (si existen).

$$M=\begin{bmatrix}1 & 5/2\\ 2 & 10\end{bmatrix};\quad N=\begin{bmatrix}5 & -3 & 0\\ -3 & 3 & 2\\ 0 & 2 & 4\end{bmatrix};\quad S=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 2\end{bmatrix};$$

$$F=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 11\end{bmatrix}\quad G=\begin{bmatrix}5 & -3 & 0\\ -3 & 3 & 2\\ 1 & -1 & 4/3\end{bmatrix};\quad H=\begin{bmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 1/7 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix};$$

Ejercicio 11: Complete justificando la respuesta:

A) Sea la ecuación matricial $C^{-1}(A+X)\cdot B^{-1}=I$, donde A, B y C son matrices inversibles del mismo orden, entonces X =

B) Si $(-2XC)^{-1}=C^{-1}(X^{-1}+I)$, entonces X =

Ejercicio 12: Determinar si las siguientes proposiciones son V o F. Justificar la respuesta.

a) $(A^{-1}B+C^{-1})^{-1}=B^{-1}A+C$
b) Cualquiera sea la matriz A, la matriz $A.A^T$ es simétrica.
c) Toda matriz antisimétrica admite matriz inversa.
d) Si A es una matriz de orden nxn, entonces A es inversible.
e) Si A. B = I entonces A y B son cuadradas.
f) La suma de matrices diagonales inversibles, es una matriz diagonal inversible.
g) $(kA)^T=kA^T$
h) Si A y B son matrices de 2x2 antisimétricas, A.B es antisimétrica.
i) Si A es una matriz de 3x3 de rango 2, la forma escalonada reducida de A es la matriz I.