Trabajo Práctico N°2: DETERMINANTES

Ejercicio 1: Dada la matriz A

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

a) ¿Cuántos productos elementales tiene?

b) Escriba tres de sus productos elementales, indicando el número de inversiones y su signo.

c) Encuentre los mismos productos elementales determinados en el ítem (b) para la matriz

$$A=\begin{bmatrix} -1 & 0 & \frac{1}{2} & 3 \\ 4 & \sqrt{3} & 1 & 6 \\ 1 & -2 & -1 & \pi \\ 0{,}25 & -4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Sabiendo que

$$|N|=\begin{vmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{vmatrix}=\frac{3}{2}$$

Use propiedades para conocer el valor de los siguientes determinantes. Justifique su respuesta.

a) $\begin{vmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ 3n_{21} & 3n_{22} & 3n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{vmatrix}=$

c) $\begin{vmatrix} n_{11} & n_{21} & n_{31} \\ n_{12} & n_{22} & n_{32} \\ n_{13} & n_{23} & n_{33} \end{vmatrix}=$

e) $\begin{vmatrix} -2n_{11} & -2n_{12} & -2n_{13} \\ -2n_{21} & -2n_{22} & -2n_{23} \\ -2n_{31} & -2n_{32} & -2n_{33} \end{vmatrix}=$

b) $\begin{vmatrix} n_{11} & n_{13} & n_{12} \\ n_{21} & n_{23} & n_{22} \\ n_{31} & n_{33} & n_{32} \end{vmatrix}=$

d) $\begin{vmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{11}-n_{21} & n_{12}-n_{22} & n_{13}-n_{23} \end{vmatrix}=$

Ejercicio 3: Determine los siguientes determinantes aplicando propiedades. Justifique

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} =$

d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 8 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4/5 & -1 & 0 \end{vmatrix} =$

b) $\begin{vmatrix} 2 & 3/2 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1/5 & 6 \end{vmatrix} =$

e) $\begin{vmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 2 & 9 & 7 \\ 27 & 94 & 71 \end{vmatrix} =$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2}{3} \end{vmatrix} =$

f) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} =$

Ejercicio 4: Demuestre:

a) Si k es un número y A una matriz de orden nxn, entonces det (k.A) = k^n. det(A)

b) Si A es una matriz antisimétrica de orden nxn, entonces det(A) = $(-1)^n$. det (A)

c) Si A es una matriz de orden nxn, entonces det(Adj A) = $[\det(A)]^{n-1}$

d) Si A y B son matrices de orden nxn y B = $P^{\ 1}$ AP, entonces det(A) = det (B)

e) Si A es una matriz ortogonal, entonces det(A) = ±1

Ejercicio 5: Sabiendo que A y B son matrices de 3x3 y que A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $|B| = -4$,

encuentre, si es posible, el resultado de las siguientes operaciones:

a) $|2A| =$

d) $|(B^5)^{-1}| =$

g) $\left| \left(\frac{1}{4} A \right)^{-1} . \left(-2B^{-1} \right) \right| =$

b) $|A^{31}| =$

e) $|3B + B| =$

c) $|A^t.B| =$

f) $|3A - B| =$

Ejercicio 6: De las siguientes expresiones con determinantes de orden 2x2, señale las que son correctas y, en su caso, enuncie las propiedades que se utilizan.

a) $\begin{vmatrix} x & y \\ x & y \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 12 \end{vmatrix} = 3.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 12 \end{vmatrix} = 3.\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 12 \end{vmatrix}$

Ejercicio 7: Dada la matriz A = $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

a) Encuentre los menores y cofactores correspondientes al elemento a_{21} y al registro – 4.
b) Evalue el determinante de A mediante cofactores y verifique calculando por Sarrus.

Ejercicio 8: Halle el determinante de la siguiente matriz utilizando la regla de Chío.

B = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 9: Considere la matriz

$$M = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halle los valores de x para los que M admite inversa
b) Calcule, si es posible, A^{-1} utilizando determinantes para x = 2

Ejercicio 10: Sean A y B matrices de orden 5x5, det(A) = 2 y det(B) = - 1, determine el valor resultante de:

$\det(2.A.B^{-1}) =$ $\det(1/2\, A^2) =$ $\det((AB)^t) =$

$\det\left(\frac{1}{3}B^t\right) =$ $\det((1/4\, AB)^{-1}) =$ $\det\left[(-A)^{-1}(B)^{-2}\right] =$

Ejercicio 11: Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Si es verdadero, demuestre y en caso de ser falso proponga un contraejemplo.

a) El determinante de una matriz triangular es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.

b) Si A_{2x2} y B_{2x2}, entonces det(A + B) = det (A) + det (B)

c) El determinante de una matriz antisimétrica de orden impar es igual a cero.

d) Si el determinante de una matriz es cero, entonces tiene una fila (o columna) de ceros.

e) Si A y B son dos matrices cuadradas del mismo orden, entonces |A. B| = |B. A|

f) Si una matriz es de orden 3x3, la suma de los productos de los elementos de una fila por cada uno de sus cofactores da como resultado su determinante.

g) Si una matriz es simétrica, se verifica que |A| = 0

Ejercicio 12: Encierre en un círculo la opción correcta.

a) La matriz N = $\begin{pmatrix} n-1 & 1 & -1 \\ 0 & n+6 & 3 \\ n-1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ **es inversible para los valores de n:**

i) - 1 y – 3 ii) 1y – 6 iii) ningún valor de n iv) R – {-1; - 3}

b) Si det(A) = 0, podemos asegurar que:

i) A tiene una fila de ceros ii) A tiene dos filas proporcionales

iii) A es singular iv) ninguna de las anteriores

c) Si $2A^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **entonces det** $(A^2)^{-1}$ **es:**

i) 1/5 ii) 1 iii) 1/25 iv) 5