

TRABAJO PRÁCTICO No. 3: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 1 : Resuelva, si es posible, los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, empleando:

- i) el método matricial
- ii) el método de Cramer

Interprete geoméricamente cada una de las situaciones.

a) $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + 3y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + 3y = 2 \end{cases}$

Ejercicio 2: Marque con una cruz la opción correcta:

a) Los siguientes sistemas

$\begin{cases} 4x = 3x + y + 2 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$ y $\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ son equivalentes si la ecuación que falta es

- i) $2x-1=y+2$ () ii) $3y-x=2$ () iii) $3x+3y-18=0$ () iv) nrac

b) El sistema $\begin{cases} ax + by = c \\ 2ax + 2by = 3c \end{cases}$ tiene

- i) solución única () ii) infinitas soluciones () iii) no tiene solución () iv) nrac ()

c) El sistema $\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 3x + 5y = d \end{cases}$ tiene solución única

- i) si $c \neq d$ () ii) si $c = d$ () iii) siempre () iv) nunca () v) nrac ()

d) El sistema $\begin{cases} x - y = a \\ x - y = b \end{cases}$ no tiene solución

- i) si $a \neq b$ () ii) nunca () iii) $a = b$ () iv) nrac ()

e) Si $b = 2a$ el sistema $\begin{cases} 3x - y = a \\ 6x - 2y = b \end{cases}$ es:

- i) compatible determinado () ii) compatible indeterminado () iii) incompatible ()

Ejercicio 3: Resuelva los siguientes sistemas aplicando el método de Gauss. Analice aplicando Rouché-Frobenius.

a) $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ x + y + 2z = 8 \\ 2x - 3y - z = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3z = 4 \\ 4x + y - 6z = 10 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ x + y + 3z = 2 \\ x - 3y + z = 4 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} \quad e) \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 1 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

Ejercicio 4: Compruebe los resultados anteriores por Gauss- Jordan.

Ejercicio 5: Resolver los SEL homogéneos asociados a los SEL del ejercicio 3.

Ejercicio 6: Marque con una cruz la opción correcta en el siguiente cuadro:

Ejemplo: Un sistema de ecuaciones lineales cuadrado puede ser....

	<i>S.E.L.</i>	<i>S.E.L.H.</i>
cuadrado	S.C.D. S.C.I. S.I.	S.C.D. S.C.I. S.I.
Más incógnitas que ecuaciones	S.C.D. S.C.I. S.I.	S.C.D. S.C.I. S.I.
Más ecuaciones que incógnitas	S.C.D. S.C.I. S.I.	S.C.D. S.C.I. S.I.

Ejercicio 7: Verificar que el sistema $\begin{cases} x + 2y + kz = 1 \\ 2x + ky + 8z = 3 \end{cases}$

- a) no tiene solución para $k=4$
- b) tiene infinitas soluciones para $k \neq 4$

Ejercicio 8: Encontrar los valores de k para que el sistema tenga i) solución única ii) infinitas soluciones iii) ninguna solución. Sabiendo que en el sistema cada ecuación representa un plano, interpretar geoméricamente cada caso.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + ky + 6z = 6 \\ -x + 3y + (k - 3)z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 9: Indique si las siguientes proposiciones son (V) o (F). Si son verdaderas, argumente su veracidad. Si son falsas, de un contraejemplo.

- a) Si A es una matriz rectangular y el sistema $AX = \mathbf{0}$ es compatible determinado, el sistema $A^T X = \mathbf{0}$ también es compatible determinado. ¿Qué pasaría si la matriz A es cuadrada?

- b) Dado un sistema de ecuaciones lineales que tiene una solución única es posible siempre añadir otra ecuación para que el sistema sea incompatible. ¿y si no tiene solución única?
- c) Si un sistema de ecuaciones tiene variables libres, es incompatible.
- d) Un SELH con matriz de coeficientes cuadrada es siempre compatible determinado.
- e) Un SEL con matriz de coeficientes rectangular, nunca es C.D.
- f) Si en $AX = \mathbf{0}$, S es solución, entonces kS es solución, k es un número real.
- g) Si en $AX = B$, S es solución, entonces kS es solución, k es un número real.
- h) Si en $AX = \mathbf{0}$, S_1 y S_2 son soluciones, entonces $S_1 + S_2$ es solución, k es un número real.

Ejercicio 10: Encuentre gráficamente el conjunto solución de los siguientes sistemas de inecuaciones

$$\text{a) } \begin{cases} x + y \geq 2 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y > 2 \\ y - 3x > 2 \end{cases}$$