



PROGRAMA ANALÍTICO

Asignatura ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Departamento: Materias Básicas

10 Horas/sem

Unidad Docente Básica: Matemática

160 Horas/año

Bloque: Ciencias Básicas

Área: Matemática

Especialidad: COMÚN A TODAS LAS ESPECIALIDADES

Curso: Primer Año.

I. Objetivos generales:

Conceptuales: Conocer los principios lógico-deductivos básicos del cálculo diferencial e integral y de las sucesiones y series para funciones de una variable. Comprender modelos de fenómenos naturales.

Procedimentales: Identificar funciones de una variable y determinar sus propiedades usando instrumentos formales. Interpretar sus representaciones en gráficos, tablas, diagramas de flechas y de máquina. Graficar y bosquejar funciones de una variable a partir de su expresión simbólica. Comparar funciones. Definir objetos matemáticos. Demostrar propiedades y teoremas del Cálculo. Calcular con calculadoras manuales y planillas electrónicas. Resolver problemas empíricos con instrumentos formales. Modelar fenómenos. Optimizar soluciones de problemas.

Actitudinales: Desarrollar sentido crítico de lo verdadero, probable, dudoso y falso. Evaluar conocimientos y desempeños propios y ajenos. Trabajar en equipo. Adquirir hábitos de precisión y rigor.

II. Objetivos específicos. Al finalizar el curso el alumno podrá:

Identificar funciones de una variable, algebraicas y trascendentes, dominios naturales e imágenes y sus posibles recortes con intervalos.

Reducir expresiones simbólicas complejas a otras más simples usando los conceptos de contracción/expansión, reflexión y traslación de coordenadas.

Graficar (c. cartesianas), tabular, construir diagramas de flechas o de máquina de funciones.

Definir objetos matemáticos (límites, derivadas, asíntotas, sucesiones, series, integrales)

Determinar propiedades de las funciones, locales (ceros, polos, puntos de discontinuidad, máximos, mínimos, puntos de inflexión) y generales (intervalos de continuidad, crecimiento, decrecimiento, concavidad hacia arriba o abajo) usando instrumentos formales (reglas, métodos, derivadas primeras y segundas).

Encontrar propiedades de funciones vinculadas por operaciones a partir de las propiedades individuales de las componentes.

Encontrar asíntotas de curvas planas y bosquejar funciones.

Definir: asíntotas horizontales, verticales y oblicuas, derivadas, integrales indefinidas y definidas, sucesiones y series numéricas, series de potencias.

Distinguir sistemas de notación de derivadas e integrales (Leibniz, Newton, por límite, operadores)

Determinar derivadas de funciones simples por definición y de funciones vinculadas por

operaciones usando el álgebra correspondiente.

Demostrar teoremas: del valor medio (Rolle, Lagrange y Cauchy); fundamentales cálculo integral.

Calcular: derivadas por definición, por tabla y por reglas de combinación; integrales indefinidas como antiderivadas, por tablas y por reglas que rigen pertenencias a una clasificación; integrales definidas e integrales impropias.

Algoritimizar métodos para encontrar: ceros (bisección y Newton-Rapson) derivadas numéricas (diferencias centrales, atrás, adelante); integrales indefinidas (método de Euler); integrales definidas (método de trapecios)

Determinar condiciones de convergencia y divergencia de series a partir de sus representaciones simbólicas.

Calcular sucesiones y series numérica con errores menores a uno dado.

Explicar, con los conceptos presentados en la materia, interpretaciones y paradojas de la historia de la matemática (Concepto de función según Frege y sus implicaciones semánticas; las interpretaciones de Leibniz y Newton de la derivada; crítica de Berkley a los infinitesimales y la defensa de Taylor; concepto de límite según Cauchy; crítica de la escuela intuicionista a la noción de infinito de Cantor; el ojo de Horus y las paradojas de Zenón de Elea; construcción de series de máquinas y equipos con Números Normales)

Aproximar funciones con polinomios, evaluando los intervalos de aproximación y los errores.

Comparar métodos de resolución numéricos y simbólicos

Modelar fenómenos naturales químicos, físicos y biológicos (viento zonda; control de poblaciones; determinar edades de objetos, expansiones de derrames de petróleo en agua; optimizar sistemas de transporte que utilizan motores de combustión interna; determinar las velocidades de descenso de aviones; determinar acumulaciones de agua en diques emplazados en ríos con régimen estacional; determinar consumos estacionales de electricidad, gas, (otros) a partir de la curva de consumo; determinar longitudes de cables extendidos que cuelgan; calcular volúmenes y áreas de curvas que rotan y otros).

Optimizar soluciones de problemas.

III. Contenidos del Programa Analítico:

La referencia () significa que el teorema o la propiedad debe ser demostrada.*

1. RELACIONES Y FUNCIONES

1.1. Números reales, representación en la recta real. Intervalos, inecuaciones. Valor absoluto, propiedades. Entornos. Coordenadas cartesianas en el plano. Incrementos y distancia. La recta, elementos, paralelismo y perpendicularidad.

1.2. Funciones: definición, dominio e imagen. Dominio natural. Graficación. Operaciones con funciones. Funciones pares e impares. Traslación de gráficas. Reflexiones sobre los ejes cartesianos. La función inversa.

1.3. Funciones especiales. Funciones algebraicas y trascendentes: potenciales, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas. Características: monotonía, acotamiento, periodicidad, ceros y polos. Representaciones gráficas. Funciones dadas en forma explícita e implícita.

2. LÍMITES Y CONTINUIDAD

2.1. Definición de límite funcional finito. Interpretación geométrica. Búsqueda algebraica de ϵ y δ . Álgebra de límites. Propiedades de los límites finitos. Límites laterales. Límites infinitos. Generalizaciones del concepto de límite. Indeterminaciones. Equivalencia entre x , $\text{sen}(x)$ y $\text{tg}(x)$ para x tendiendo a 0 (*).

2.2. Continuidad de una función en un punto. Discontinuidades. Clasificación. Operaciones con funciones continuas. Teoremas de las funciones continuas en un intervalo cerrado (Bolzano, Weierstrass).

2.3. Determinación de asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

3. DERIVADAS Y DIFERENCIALES

3.1. Recta secante y recta tangente a una curva. Razón de cambio. Derivada simbólica de una función en un punto y derivada numérica. Interpretación geométrica. Derivadas laterales. Derivadas infinitas y recta tangente vertical. Curvas suaves y puntos angulosos. Recta tangente y recta normal a una curva en un punto.

3.2. La función derivada. Continuidad y derivabilidad de una función. Álgebra de derivadas: suma (*), producto (*), cociente (*) y derivada de la función compuesta. Derivada de la función logarítmica (*). Derivada de la función seno (*). Derivadas de las funciones trigonométricas e hiperbólicas. Derivada de la función inversa (*). Derivada de una función en forma implícita. Método logarítmico de derivación (*).

3.3. Determinación del crecimiento de funciones con la derivada primera. Concavidad. Relación entre la derivada segunda y la concavidad. Derivadas sucesivas. Métodos de determinación de raíces: Newton-Raphson, regla falsi. Aproximación de funciones. Interpolación lineal. Derivación numérica. Diferencias hacia adelante, hacia atrás, por diferencias centrales. Derivadas numéricas sucesivas.

4. APLICACIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

4.1. Extremos relativos y absolutos de una función. Condición necesaria de extremos relativos o locales. Determinación de puntos críticos. Criterios para la determinación de extremos relativos. Puntos de inflexión.

4.2. Teoremas del Valor Medio: Rolle (*), Lagrange (*) y Cauchy (*). Regla de L'Hôpital y sus extensiones. Linealización y diferencial de una función. Interpretación geométrica. Diferenciales sucesivos.

5. INTEGRALES

5.1. La integral indefinida como antiderivada de una función. Propiedades. Tabla de integrales indefinidas inmediatas. Algunos métodos simbólicos de Integración: descomposición, sustitución, y por partes (*). Integración de funciones trigonométricas, racionales e irracionales.

5.2. Sumas de Riemann: sumas superiores e inferiores. Partición y norma de la partición, refinamientos. La integral definida según Riemann. Propiedades. Teorema del valor medio (*). Teorema fundamental del Cálculo Integral (*). Regla de Barrow (*). Cambio de variables. Métodos para la integral definida.

5.3. Métodos numéricos de cálculo de la integral definida: Trapecios y Simpson. Evaluación del error. Ecuaciones diferenciales ordinarias.

6. APLICACIONES DEL CÁLCULO INTEGRAL

6.1. El área bajo una curva. Área entre dos curvas. Longitud de un arco de curva (*). Área de un cuerpo de revolución (*). Volumen de un cuerpo de revolución (*).

6.2. Integrales impropias: definición. Integrales convergentes y divergentes.

7. SUCESIONES Y SERIES

7.1. Definición de Sucesiones numéricas. Ejemplos. Límite de una sucesión. Interpretación gráfica. Sucesiones convergentes y divergentes. Sucesiones monótonas y acotadas. Teorema de las sucesiones monótonas. Aplicación de las sucesiones al cálculo iterativo de raíces de una función.

7.2. Sumas parciales Series numéricas. Convergencia y divergencia. Condición necesaria de convergencia. Serie geométrica. Serie p . Criterios de convergencia: comparación, de la razón o de D'Alambert, de Raabe y de Cauchy (o de la raíz). Serie alternada. Criterio de Leibniz. Convergencia absoluta y condicional.

7.3. Fórmulas de Taylor y de Mac Laurin. Término complementario de Lagrange. Acotación del error en el cálculo del valor de una función en un punto. Serie de potencia. Estudio de la convergencia y radio de convergencia. Series de Taylor y de Mac Laurin.

Trabajos Prácticos:

Nº 1: Funciones.

Nº 2: Límite de funciones. Continuidad y asíntotas

Nº 3: Derivadas y diferenciales.

Nº 4: Aplicaciones del cálculo diferencial.

Nº 5 Teoremas del valor medio. Regla de L'Hôpital

Nº 6: Integrales indefinidas.

Nº 7: Integrales definidas.

Nº 8: Aplicaciones del cálculo integral.

Nº 9: Sucesiones y series.

Nº 10: Series de potencia.

III. Metodología y Estrategias utilizadas:

Se utilizará una metodología de enseñanza-aprendizaje con la participación activa del alumno en clases teóricas, teórico-prácticas, y prácticas, con actividades individuales y grupales de discusión y análisis bibliográfico, resolución de ejercicios y problemas matemáticos y empíricos, con una selección de problemas de ingeniería de integran diversos temas.

IV. Evaluación y Condición de Aprobación:

Se evaluará en forma continua de la participación y el trabajo en clase. Los alumnos confeccionarán una carpeta de trabajos prácticos, que será exigible cuando lo determine el profesor y que contendrá al menos un práctico por cada tema del programa. La evaluación del aprovechamiento de la materia por parte del alumno se efectuará con dos evaluaciones correspondientes a unidades conceptuales, y dos instancias globalizadoras de acuerdo con la siguiente distribución:

<i>Evaluaciones</i>	<i>Fechas</i>	<i>Hora</i>	<i>Unidades</i>
<i>Primer parcial</i>	04/04	17.30	<i>1 completo y 2.1</i>
<i>Primer global</i>	25/04	17.30	<i>1, 2, 3 completo y 4.1</i>
<i>Segundo parcial</i>	30/05	17.30	<i>4.2, 5 completo y 6.1</i>
<i>Segundo global</i>	01/07	16.00	<i>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</i>
<i>Recuperación global</i>	29/07	18.00	<i>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</i>

Las evaluaciones se calificarán con notas de uno a diez puntos. Los centésimos se redondearán con la fórmula siguiente:

$$\langle \text{nota_promedio} \rangle = 0,20(\langle \text{parc1} \rangle + \langle \text{parc2} \rangle) + 0,25\langle \text{glob1} \rangle + 0,35\langle \text{glob2} \rangle$$

$$\langle \text{nota_final} \rangle = \langle \text{parte_entera} \rangle (\langle \text{nota_promedio} \rangle + 0,50)$$

Aprobación de la Materia por Promoción Directa

La materia se aprobará con una *<nota final>* mayor o igual a siete puntos y haber aprobado el segundo global con cuatro o más punto. Sin la aprobación del segundo global no se puede obtener **Aprobación de la Materia por Promoción Directa**.

Los alumnos que obtengan entre cuatro y seis puntos de *<nota final>* tendrán derecho a rendir un examen final en las mesas estipuladas por la Facultad a tal efecto y por lapso que la reglamentación determina para la validez de la boleta de trabajos prácticos.

Los profesores a cargo de curso podrán otorgar **Promoción Directa** a los alumnos con *<nota final>* igual a seis, cuando éstos hayan alcanzado una nota del segundo global igual o superior a siete, y tengan completa su carpeta de trabajos prácticos y hayan participado de los trabajos encomendados.

Los alumnos cuya *<nota final>* sea inferior a cuatro, pero que hayan obtenido una nota igual o superior a cuatro en el segundo global, y tengan completa su carpeta de trabajos prácticos, y hayan participado de los trabajos encomendados, podrán alcanzar la regularidad con un coloquio con el profesor, y tendrán derecho a rendir un examen final en las mesas estipuladas por la facultad a tal efecto, y en el lapso que la reglamentación determine para la validez de la boleta de trabajos prácticos.

Los alumnos cuya *<nota final>* sea inferior a cuatro, y que tampoco hayan obtenido al menos cuatro en el segundo global, podrán rendir fuera del período en que se imparte la materia, una Recuperación Global, y si obtienen una nota igual o superior a cuatro tendrán derecho a rendir el examen final como se estipuló anteriormente. Caso contrario deberán recurrar la materia.

Aprobación de la Materia por Examen Final

El programa de examen es coincidente con el programa analíticos. Los alumnos deberán rendir dos test que se evalúan por separado uno de opciones múltiples y otro de desarrollo. Ambos deben aprobarse con un mínimo de cuatro. La nota final se obtendrá: 1) sacando el promedio aritmético redondeado, en caso de aprobar ambos test; 2) colocando la nota del aplazo obtenido, en caso de no aprobar uno de los test; 3) sacando el promedio aritmético redondeado, en caso de no aprobar ambos test.

Mgter. Prof. Sandra Segura
Director Unidad Docente Matemática

Ing. Guillermo A. Cuadrado
Profesor Titular Análisis Matemático I

BIBLIOGRAFIA GENERAL

Bibliografía del alumno:

- STEWART, James. *Calculo de una variable. Trascendentes tempranas*. 6ª Ed. México, Cengage, 2008.
- LEITHOLD, Louis. *El Cálculo*. México, Oxford University Press, 1998.
- THOMAS G., FINNEY R. *Cálculo, una variable*. México: Addison, Wesley, Longman de México, 1998.
- EDWARDS C., PENNEY D. *Cálculo y Geometría Analítica*. México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A., 1994.

Bibliografía alternativa:

- ANTON Howard. *Cálculo y Geometría Analítica*. Vol. 1. México, Limusa, 1984.
- APOSTOL Tom. *Cálculus*. Vol. 1. Barcelona, Reverté, 1973
- ARYA J., LARDNER R. *Matemáticas Aplicadas*. México: Prentice Hall Hispanoamericana S.A. , 1992
- GOLDSTEIN L., LAY D., SCHNEIDER D. *Cálculo y sus Aplicaciones*. México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A. , 1990
- GRANERO Francisco. *Cálculo*. Madrid, Mc Graw Hill, 1992.
- HAEUSSLER Ernest Jr., PAUL Richard. *Matemáticas Aplicadas*. México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A. , 1997.
- LANG Serge. *Cálculo*. Mexico, Addison Wesley, 1993.
- PURCELL E., VARBERG D. *Cálculo y Geometría Analítica*. México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A. , 1992.
- PURCELL Edwin, VARBERG Dale. *Cálculo Diferencial e Integral*. México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A. , 1992.
- SMITH R., Minton R. *Cálculo*. Tomo 1. Santafé de Bogotá, Mc Graw Hill, 2000.
- STEIN, S., Barcellos A. *Cálculo y Geometría Analítica*. Vol. 1. Quinta Edición. Santafé de Bogotá, Mc Graw Hill, 1995.
- SWOKOSKI Earl. *Cálculo con Geometría Analítica*. 2da Edición. Madrid, Grupo Editorial Iberoamericana, 1991.
- ZILL Dennis. *Cálculo con Geometría Analítica*. México, Grupo Editorial Iberoamericana, 1987.
- ZILL Dennis, DEWAR Jacqueline. *Precálculo con avances de Cálculo*. 4ª Ed. México DF, Mc Graw Hill Interamericana, 2008 (impreso en China).

Mgter. Prof. Sandra Segura
Director Unidad Docente Matemática

Ing. Guillermo A. Cuadrado
Profesor Titular Análisis Matemático I