Trabajo Práctico N°10: SERIES DE POTENCIAS

Ejercicio 1. Encuentre el intervalo de convergencia de las siguientes series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n^4+16}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{n^2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} n!.x^n$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 x^n$ f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2+1}$

Ejercicio 2. Desarrollar en potencias de (x – 1) la siguiente función f(x) = $x^3 - 2x^2 + 5$, use la fórmula de Taylor.

Ejercicio 3. Desarrollar en potencias de ($x - \frac{\pi}{3}$) la siguiente función f(x) = sen x, use la fórmula de Taylor.

Ejercicio 4. Desarrollar en serie de Maclaurin las siguientes funciones:

a) f(x) = e^x b) f(x) = sen x c) f(x) = cos x

d) f(x) = senh x e) f(x) = $\frac{1}{1+x}$ f) f(x) = $\frac{1}{1+x^2}$

Nota: En los ejercicios d) – f) encontrar los intervalos de convergencia.

Ejercicio 5. Use las series de potencias determinadas en el punto anterior para encontrar la representación en serie de potencias de las siguientes funciones.

a) f(x) = cos x^2 b) f(x) = sen 2x c) f(x) = e^{3x} d) f(x) = senh 5x

Ejercicio 6. Encuentre una representación en serie de potencias para la función

a) f(x) = ln (x + 1) integrando miembro a miembro la expresión e) encontrada en el ejercicio 4.

b) f(x) = arctg x integrando miembro a miembro la expresión f) encontrada en el ejercicio 4.

Ejercicio 7. Teniendo en cuenta que $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ cuando $|x| < 1$, derive ambos miembros para hallar la representación en serie de potencia de $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$. Además encuentre el intervalo de convergencia.

Ejercicio 8. Calcule el valor aproximado de $\int_0^1 \frac{senx}{x} dx$ con 3 cifras decimales exactas. Use un serie infinita para obtener la aproximación.