Trabajo Práctico N°5: TEOREMA DEL VALOR MEDIO-REGLA DE L'HOPITAL.

Ejercicio 1:

Determine si es posible aplicar el teorema de Rolle a f en el intervalo [a,b]. De ser posible aplicarlo, determine todos los valores de c en el intervalo (a,b) tales que $f'(c)=0$.

a). $f(x)=x^2-2x$ $\quad [0;2]$

b). $f(x)=(x-3)(x+1)^2$ $\quad [-1;3]$

c). $f(x)=3-|x-3|$ $\quad [0;6]$

d). $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ $\quad [-5;3]$

e). $f(x)=sen(x)$ $\quad [0;2\pi]$

Ejercicio 2:

La altura de un objeto t segundos después de que se lanzó hacia arriba desde una altura de 32 metros y con una velocidad inicial de 48 metros por segundo es $f(t)=-16t^2+48t+32$.

a). Verificar que se cumplen las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[1;2]$.

b). De acuerdo con el teorema de Rolle, ¿cuál debe ser la velocidad en algún tiempo en el intervalo $(1;2)$? Determinar ese instante.

Ejercicio 3:

Determine si es posible aplicar el teorema del valor medio a f en el intervalo [a,b]. De ser posible aplicarlo, determine todos los valores de c en el intervalo (a,b) tales que $f'(c)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

a). $f(x)=x^2$ $\quad [-2;1]$

b). $f(x)=sen(x)$ $\quad [0;\pi]$

c). $f(x)=x^{2/3}$ $\quad [0;1]$

d). $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ $\quad \left[\dfrac{1}{2};2\right]$

Ejercicio 4:

La altura de un objeto tres segundos después de que se deja caer desde una altura de 500 metros es $s(t)=-4.9t^2+500$.

a). Encontrara la velocidad promedio del objeto durante los primeros tres segundos.

b). Utilizar el teorema del valor medio para verificar que en algún momento durante los primeros tres segundos de la caída la velocidad instantánea es igual a la velocidad promedio. Determinar ese momento.

Ejercicio 5:

Un avión despega a las 2:00p.m. en un vuelo de 2500 km. llegando a su destino a las 7:00 p.m. Explicar por qué hay al menos dos momentos durante el vuelo en los que la velocidad del avión es de 400 km. por hora.

Ejercicio 6:

Sea $f(x)$ continua en [a;b] y derivable en (a;b). Si existe c en (a;b) tal que $f'(c)=0$, ¿puede concluir que $f(a)=f(b)$? Explicar.

Ejercicio 7:

¿Es posible encontrar una función f tal que $f(-2)=-2, f(2)=6$ y $f(x)<1$ para todo x? Explicar.

Ejercicio 8:

La función

$$f(x)=\begin{cases} 0 & x=0 \\ 1-x & 0<x\le 1 \end{cases}$$

es derivable en (0;1) y satisface que $f(0)=f(1)$. Sin embargo, su derivada en (0;1) nunca es cero. ¿Contradice esto el teorema de Rolle? Explicar.

Ejercicio 9:

Aplicar el teorema del valor medio general (de Cauchy) a las funciones f y g en el intervalo dado. Encontrar todos los valores de c en (a;b) tales que $\dfrac{f'(c)}{g'(c)}=\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.

a). $f(x)=x^3,\qquad g(x)=x^2+1,\qquad [0;1]$

b). $f(x)=1/x,\qquad g(x)=x^2-4,\qquad [1;2]$

c). $f(x)=sen(x),\qquad g(x)=\cos(x),\qquad \left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Ejercicio 10:

Resolver aplicando L'Hôpital cuando corresponda.

a). $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)-2x}{x}$

b). $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^2+5x+4}{x^2-4x-5}$

h). $\displaystyle\lim_{x\to 0}(2x\ln x^2)$

i). $\displaystyle\lim_{x\to 0}(\cos x)^{2+x}$

c). $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\ln(senx)}{\pi/2 - x}$

d). $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 8}{x - 3}$

e). $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln(x)}{x^2 - 1}$

f). $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\ln(x^{100})}{x}$

g). $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\sec(x) + 1}{\tan(x)}$

j) $\lim\limits_{x \to 0} \left(x + e^{x/2} \right)^{2/x}$

k) $\lim\limits_{x \to \pi/2} (senx)^{\cos x}$

l) $\lim\limits_{x \to 0} (\cos x)^{1/x}$

m) $\lim\limits_{x \to \infty} x^x$

n) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + 1/x \right)^x$

ñ) $\lim\limits_{x \to -\infty} (e^{-x} - x)$