

Trabajo Práctico N°9: SUCESIONES Y SERIES

Ejercicio 1: Analice la convergencia de las siguientes sucesiones.

a) $\left\{ 2 - \left(-\frac{1}{2} \right)^n \right\}$ b) $\left\{ (-1)^n \frac{1}{n} \right\}$ c) $\left\{ \operatorname{sen} \left(n \frac{\pi}{2} \right) \right\}$
d) $\left\{ \frac{3^{n-1}}{2(n-1)} \right\}$

Ejercicio 2. Dadas las siguientes sucesiones encontrar su término general e indicar su punto de convergencia si es posible:

a) $\left\{ \frac{4}{9}; \frac{9}{13}; \frac{14}{17}; \frac{19}{21}; \dots \right\}$ b) $\left\{ \frac{9}{8}; \frac{3}{8}; \frac{1}{8}; \frac{1}{24}; \dots \right\}$
c) $\left\{ \frac{7}{9}; \frac{10}{13}; \frac{13}{17}; \frac{16}{21}; \dots \right\}$ d) $\left\{ -2; \frac{3}{2}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{4}; -\frac{6}{5}; \dots \right\}$

Ejercicio 3. Encuentre el límite de la sucesión dada y determine el valor de “n” a partir del cual se verifica la definición de límite para $\varepsilon = 0,01$

a) $\left\{ \frac{10.n^2}{n + 2n^2} \right\}$ b) $\left\{ \frac{3n + 2}{2n} \right\}$

Ejercicio 4. Indicar si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos.

- a) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$ es divergente.
b) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} 9 \frac{4^{n+1}}{5^{n-1}}$ converge a 720.
c) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} 7 \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ converge a 84.

d) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-2}{3n}$ es divergente.

e) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2n^2+1}$ converge.

Ejercicio 5. Analice el carácter de las siguientes series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+7}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln(n+2)}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 1,01^n$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+2^n+3^n}{5^n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n^2}{n^3-1}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+2^n}$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n+1}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+n}$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot n^2}{(2n)!}$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n}\right)^n$

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$

Ejercicio 6. Analice el carácter de las siguientes series alternadas.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n+2}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$

Ejercicio 7. Determine si cada una de las siguientes series convergen absolutamente, convergen condicionalmente o divergen.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{7^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

Ejercicio 8. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

a) Que el $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ es condición necesaria para que la serie $\sum a_n$ converja.

b) Si $\sum_{n=0}^{\infty} a.r^n$ es divergente, entonces $r > 1$.

c) Si una sucesión es acotada, entonces es convergente.

d) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente y $b \in \mathbb{R}$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} b.a_n$ es convergente.

e) Si una serie es convergente, entonces es absolutamente convergente.

f) Si el $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, entonces la sucesión $\{a_n\}$ es divergente.

g) La suma de $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n$ es igual a la suma de $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

h) Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ también converge.