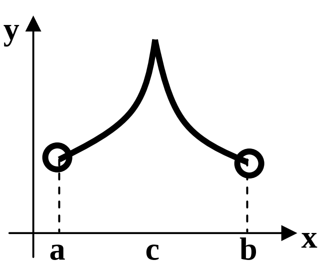
Trabajo Práctico N°4: APLICACIONES DE LA DERIVADA

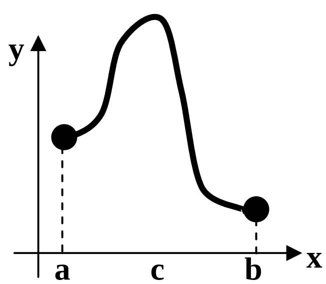
Ejercicio 1:
Identifique los intervalos del dominio en los que la función es creciente, decreciente, cóncava hacia arriba y hacia abajo. Esboce la gráfica:

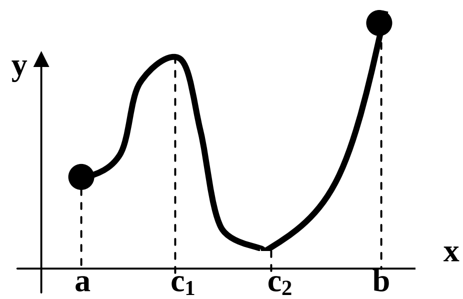
a) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{3}$ b) $y = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$

c) $y = x^3 - 2x^2 + 3$ d) $y = 2x^{2/3}$

Ejercicio 2:
Determina a partir de la gráfica si la función tiene algún valor extremo absoluto en el intervalo [a:b]. Después explica cómo tu respuesta es consistente con el Teorema 1 (Teorema del valor extremo).







Ejercicio 3:
Halla los valores máximo y mínimo absolutos de cada función en el intervalo dado. Después dibuja la gráfica de la función. Identifica los puntos de la gráfica donde están los valores extremos absolutos e incluye sus coordenadas.

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$; $-4 \leq x \leq 4$ b) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$; $-1 \leq x \leq 3$

c) $f(x) = |x + 2|$; $-4 \leq x \leq 0$ d) $g(t) = \sec(t)$; $\pi/2 \leq t \leq 3\pi/2$

Ejercicio 4:
Halla los valores de cualquier máximo y mínimo locales que las funciones tengan en los dominios dados, e indica en qué puntos se alcanzan. ¿Cuáles valores extremos, si los hay, son absolutos para el dominio dado?

a) $f(x) = -x^2 + 4$; $-2 \leq x \leq 2$ b) $f(x) = -x^2 + 4$; $-2 \leq x < \infty$

c) $f(x) = -x^2 + 4$; $-2 < x < 2$ d) $f(x) = 2x^2 - 2$; $-1 \leq x \leq 1$

e) $f(x) = 2x^2 - 2$; $-\infty < x \leq 0$ f) $f(x) = 2x^2 - 2$; $-1 < x < 1$

Ejercicio 5:
Contesta las siguientes preguntas acerca de las funciones cuyas derivadas son las dadas en los siguientes ejemplos:

1) ¿Cuáles son los puntos críticos de *f*?

2) ¿En qué intervalos crece o decrece *f*?
3) ¿En qué puntos, si existen, alcanza *f* sus valores máximos o mínimos locales?
   a) $f\,'(x) = x \cdot (x-1)$ b) $f\,'(x) = (x-1)^2 \cdot (x+2)$
   c) $f\,'(x) = x^{-1/2}.(x-3)$ d) $f\,'(x) = (x-1) \cdot (x+2)^2$

Ejercicio 6:

En los ejemplos siguientes:

a) Halla los intervalos en los cuales la función crece o decrece.
b) Identifica los valores extremos locales de la función, si existen, indicando dónde se alcanzan.
c) Si es el caso, indica cuáles de los valores extremos son absolutos.

$f_1(x) = 2x^4 - 3x^3$ $f_2(x) = 3 \cdot \sqrt[3]{(x-8)^2}$ $f_3(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

$f_4(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ $f_5(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ $f_6(x) = \dfrac{x^2 - 3}{x - 2}$

Ejercicio 7:

Hallar los máximos y mínimos de las funciones siguientes, aplicando el criterio de la derivada segunda. Determinar, asimismo, los puntos de inflexión y los intervalos en los que la curva es cóncava hacia arriba o hacia abajo:

a) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ b) $y = 2x^6 - 6x^4$ c) $y = (x^2 - 1)^2$

d) $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot (x^2 - 8)$ e) $y = 2t^3 + t^2 - 20t + 4$

Ejercicio 8:

Resuelve los problemas de optimización propuestos:

a) Se quiere confeccionar un cesto de cuero de forma cilíndrica (sin tapa) y de 8 dm^3 de capacidad. ¿Cuáles serán las dimensiones para que la cantidad de cuero a utilizar sea mínima? (Se supone que no hay desperdicios en la construcción)

b) Un campo de deportes está formado por un rectángulo que tiene adosado en dos lados opuestos dos semicírculos. Su perímetro es de 150m. Hallar las dimensiones que hacen máxima el área de la zona rectangular.

Ejercicio 9:

Resuelve los problemas propuestos:

9.1) Se desea construir una caja sin tapa con base rectangular a partir de una hoja rectangular de cartón de 12 cm de ancho por 18 cm de largo, recortando un cuadrado en cada esquina y doblando los lados hacia arriba. Calcular el lado del cuadrado para el cual se obtiene una caja de volumen máximo.

9.2) Suponga que $s = 5t^3 - 3t^2 + 15$ es la ecuación de la posición de un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea:

a) Encontrar la velocidad del objeto a los 3 seg. de comenzado el movimiento.

b) Encontrar la aceleración en ese instante.

.