Trabajo Práctico N°2: <u>LÍMITE DE FUNCIONES</u>

<u>Ejercicio 1</u>:

Teniendo en cuenta la definición de límite, contesta las siguientes preguntas:

a) ¿Qué significa $|x-a|$?

b) ¿Qué significa $|f(x)- L|$?

c) ¿Qué significa $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$?

d) ¿Qué significa $0<|x-a|$?

e) ¿ Podrías escribir la desigualdad $0 < |x-a| < \partial$ en forma de intervalo y entorno?

f) ¿ Podrías escribir la desigualdad $|f(x)-L| < \varepsilon$ en forma de intervalo?

g) Completa el siguiente enunciado:

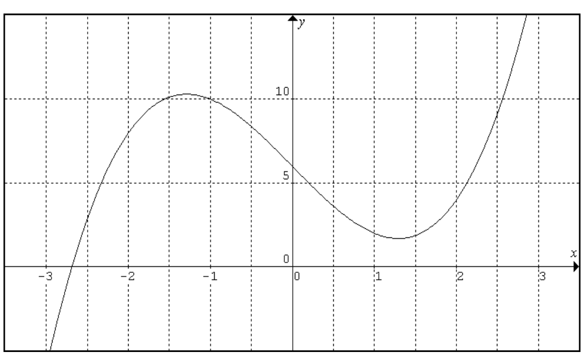
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ significa que para cada ε >….. podemos encontrar un ∂ >….tal que si **x** se encuentra en el intervalo abierto (a-….; a+…) y **x**…..**a** entonces f(x) está en el intervalo abierto (L-….; L+…)

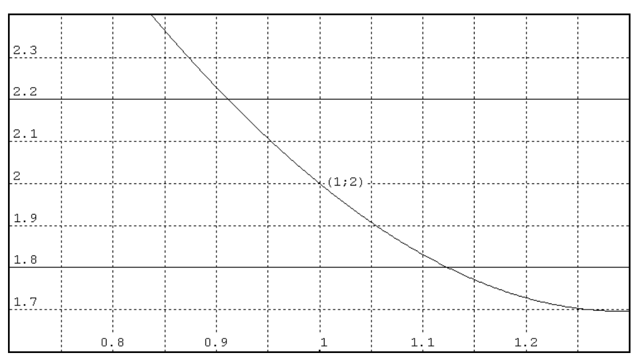
<u>Ejercicio 2</u>:

a) Usa la gráfica para encontrar un número ∂ tal que:

$|(x^3-5x+6)-2| < 0.2$ siempre que $|x-1| < \partial$

En otras palabras encuentra un número ∂ que corresponda a ε = 0.2 en la definición de límite para la función f(x) = x^3 – 5x + 6, con a=1 y L=2.





b) **Completa** la siguiente **conclusión**:
El procedimiento gráfico utilizado nos dice que si mantenemos **x** a una distancia de 1 menor de ….., como la elegida, podemos conservar f(x) dentro de una distancia a 2 menor que…..
c) **Consta** si la siguiente **proposición es V o F**
El procedimiento gráfico constituye una muestra de la definición para un ε = 0.2, pero no demuestra que el límite es igual a 2. Un demostración debe definir un ∂ para cualquier ε

<u>Ejercicio 3</u>:

a) Para el $\lim\limits_{x \to 5} \sqrt{x-1} = 2$, halla un $\partial > 0$ que dependa de $\varepsilon = 1$. Es decir, halla un $\partial >$ 0 tal que para toda **x**: $0 < |X-5| < \partial \quad \Rightarrow \quad \left|\sqrt{x-1} - 2\right| < 1$
b) ¿Cuánto se debe acercar **x** a 2 para que 5x+3 quede a una distancia menor que:
   b.1) 0.1 de 13?
   b.2) 0.01 de 13?

<u>Ejercicio 4</u>:

Bosqueja la gráfica de una función f que satisfaga todas las condiciones dadas:

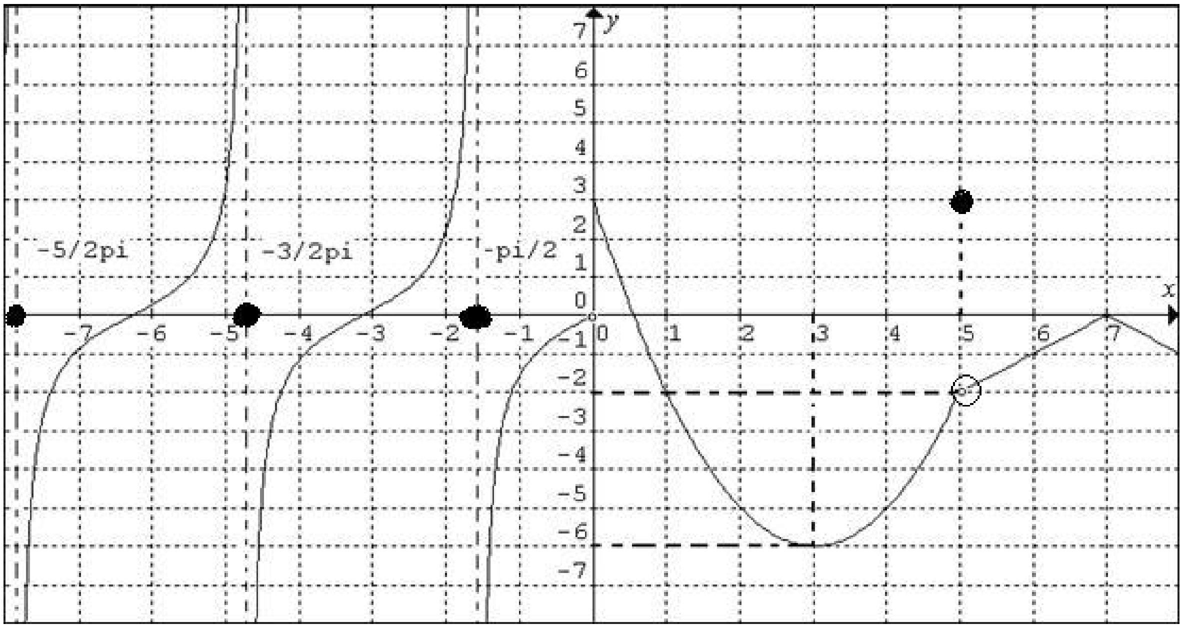
a) f(0)= 0, f(1)= 1, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, f es impar

b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$

<u>Ejercicio 5</u>:

Dada la siguiente función determina:

$$f :\to \begin{cases} -|x-7| & si \quad x \rangle 5 \\ 3 & si \quad x = 5 \\ x^2 - 6x + 3 & si \quad 0 \le x \langle 5 \\ tg\, x & si \quad x \langle 0 \quad \wedge \quad x \ne (1-2n)\cdot \dfrac{\pi}{2} \quad \wedge \quad n \in N \\ 0 & si \quad x = (1-2n)\cdot \dfrac{\pi}{2} \quad \wedge \quad n \in N \end{cases}$$



a) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$

b) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) =$

c) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

d) $f(0)=$

e) $\lim\limits_{x \to 5^+} f(x) =$

f) $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) =$

g) $\lim\limits_{x \to 5} f(x) =$

h) $f(5)=$

i) $\lim\limits_{x \to -(\pi/2)^+} f(x) =$

j) $\lim\limits_{x \to -(\pi/2)^-} f(x) =$

k) $f(-\pi/2)=$

l) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) =$

m) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) =$

n) $\lim\limits_{x \to 3} f(x) =$

o) $f(3)=$

p) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) =$

q) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

Ejercicio 6:

6.1) Resuelva los siguientes límites indeterminados

a) $\lim\limits_{y \to 0} \dfrac{5y^3 + 8y^2}{3y^4 - 16y^2}$

b) $a)\ \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$

c) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$

d) $\lim\limits_{v \to 2} \dfrac{v^3 - 8}{v^4 - 16}$

e) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{4x - x^2}{2 - \sqrt{x}}$

6.2) Resuelva los siguientes límites infinitos

a) $\underset{x\to+\infty}{lím}\ \frac{3}{2x\sqrt{x}}$ b) $\underset{x\to-\infty}{lím}\ \sqrt{2-3x}$ c) $\underset{x\to\infty}{lím}\ \frac{2}{2x+7}$ d) $\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+x+1}-x$

6.3) Resuelva los siguientes límites indeterminados

a) $\lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{x^4-1}}{3x^2-x+1}$ b) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-1}{x^2+4x+2}$ c) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{2.sen(2x)+4.tg(3x)}{3x}\right)$

d) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen^2\ x}{x}\right)$

<u>Ejercicio 7</u>:

Calcula los siguientes límites laterales:

a) $\lim_{x\to 1}\ \mathrm{mant}(x) =$ *b)* $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{|x-3|} =$

c) $\lim_{x\to 0} e^{-(1/x)} =$ *d)* $\lim_{x\to 0}\frac{1}{sen(x)} =$

<u>Ejercicio 8</u>:

Determina el $\underset{x\to\infty}{lím}\ f(x)$ si:

$\frac{4x-1}{x} < f(x) < \frac{4X^2+3}{x^2}$ para toda x > 5

<u>Ejercicio 9</u>:

Con referencia al Ejercicio 5:
a) Halla los puntos de discontinuidad y clasifícalos
b) Indica el dominio de la función.

Ejercicio 10:

Estudia la continuidad de las siguientes funciones en los puntos indicados y cuando corresponda, clasifica el tipo de discontinuidad. Representa gráficamente cada función.

a) $y = \dfrac{x^3 - 27}{x - 3}$; $x = 3$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & si \;\; x \rangle 0 \\ 5 + 3x & si \;\; x \leq 0 \end{cases}$; $x = 3 \;\; y \;\; x = 0$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 25}{x + 5} & si \;\; x \neq -5 \\ 6 & si \;\; x = -5 \end{cases}$; $x = -5$

d) $f(x) = \begin{cases} 1 & si \;\; x < 1 \\ 2 & si \;\; x = 1 \\ 2x & si \;\; x > 1 \end{cases}$; $x = 1$

Ejercicio 11:

Analiza la discontinuidad de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 + 4x - 5} =$

b) $f(x) = \dfrac{x + 3}{x^2 + x - 6} =$

Ejercicio 12:

Encuentra las asíntotas de las siguientes funciones y analiza la discontinuidad. Grafica en cada caso.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x - 2} + 3$

b) $f(x) = \dfrac{8}{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{x - 2}$

d) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{2x - 4}$

e) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$

f) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 1}$

g) $f(x) = e^{1/x}$