



PIEZAS DE MADERA EN FLEXION

- Secciones macizas
- Secciones compuestas

Preparó:

Ing. Daniel A. García Gei

Revisó:

Ing. Daniel A. García Gei

Dirigió:

Ing. Daniel A. García Gei

Tema 11.2: PIEZAS DE MADERA EN FLEXION**A) Del programa analítico temático**

Objetivos: a) Conocer y diseñar piezas de madera de secciones simples y compuestas

11.2 Flexión simple: Vigas simples: efecto de las dimensiones de la sección; cortante; duración de la carga; deformaciones. Pandeo lateral. Flexión oblicua.

Vigas compuestas: secciones rectangular, doble T y cajón. Disposición y diseño de cordones, tableros y montantes. Uniones, empalmes y apoyos. Normas DIN 1052, Eurocódigo 5, Americanas.

B) Problemas a resolver

¿Cómo trabaja la madera en flexión?

¿Cuáles son las secciones más convenientes?

¿Cómo se verifica la capacidad portante de vigas?

¿Cómo se realizan y verifican secciones compuestas? ¿Y secciones encoladas?

¿Se verifica el pandeo lateral?

¿Cómo se conectan vigas a columnas y a otras vigas?

¿Cómo se resuelven estructuras continuas?

¿Qué influencia tienen los medios de unión en la capacidad de las piezas?

C) BIBLIOGRAFÍA

- LA MODERNA TECNICA DE LA COSTRUZIONE IN LEGNO – G. Giordano
- MADERAS DE COSTRUCCION - Froment
- CALCULO DE ESTRUCTURAS DE MADERA – Argüelles Alvarez
- ESTRUCTURAS DE MADERA - Diseño y cálculo - (Eurocódigo 5) – IAITIM – dirigido por Argüelles Alvarez
- LE COSTRUZIONI IN LEGNO – A. Arcángeli
- DISEÑO SIMPLIFICADO DE ESTRUCTURAS DE MADERA – Parker
- OBRAS DE FABRICA Y METALICAS – P. Galabré – Tomo 2 – Capítulo LIV y ss.
- MANUAL DEL INGENIERO – Tomo III – Hütte -
- Normas DIN 1052 – 4074, EUROCÓDIGO 5 y Normas IRAM pertinentes

11.2. Piezas en flexión

11.2.1. Distancia entre apoyos

Se tomará como luz de la viga (L):

- La distancia entre centro de apoyos
- La luz libre entre caras interiores de muros más 5%
- Para tablas o tabloncillos continuos, la distancia entre ejes o la luz libre más 0.10 m

11.2.2. Reacciones de apoyo

Para vigas continuas con relación de luces entre tramos adyacentes entre 2/3 y 1.5, se pueden calcular las reacciones como si fueran vigas simplemente apoyadas.

11.2.3. Dimensionamiento y verificación de capacidad

Las vigas cargadas deben poder transmitir las acciones sin fallar en los siguientes aspectos

- 1) Condición de Resistencia: la capacidad de transmisión de esfuerzos se verificará en las secciones críticas, a saber:
 - En flexión simple o esviada según corresponda
 - Pandeo lateral torsional
 - A corte
 - Aplastamiento de la sección de apoyo
 - Conexiones entre alma y cordones
 - Capacidad de los empalmes
 - Pandeo del alma o de las tablas que la conforman
 - Torsión inducida por la posición excéntrica de las tablas de alma
- 2) Condición de Rigidez: las deformaciones para acciones de servicio serán limitadas a valores compatibles con el uso y las instalaciones.

11.2.4. Secciones macizas aserradas y encoladas

11.2.4.1. Comportamiento de la viga solicitada a flexión

11.2.4.2. Capacidad de las secciones

- *Flexión simple*
Se verifica por el esfuerzo en la fibra más solicitada o por la capacidad de la sección

$$f_b = \frac{M_{act}}{k_h \cdot W_x} \leq f_{bd} \quad \text{ó} \quad M_{act} \leq M_{res} = k_h \cdot f_{bd} \cdot W_x$$

k_h : Factor de volumen

Secciones aserradas: $1 \leq k_h = \left[\frac{150}{h} \right]^{0.20} \leq 1.15$

Secciones laminadas encoladas: $1 \leq k_h = \left[\frac{600}{h} \right]^{0.20} \leq 1.15$

h : Altura o canto de la sección resistente (mm)

M_{act} : Momento actuante en la sección

M_{res} : Momento resistente de la sección

f_b : Tensión o esfuerzo de flexión en la fibra más solicitada

f_{bd} : Tensión o esfuerzo máximo admisible de la madera a flexión

W_x : Módulo resistente de la sección, respecto del eje neutro de flexión

- Flexión esviada u oblicua o disimétrica**
 Se verifica por el esfuerzo en la fibra más solicitada o por la capacidad de la sección

$$f_b = \frac{M_x}{k_{hx} \cdot W_x} + \frac{M_y}{k_{hy} \cdot W_y} \leq f_{bd} \quad \text{ó} \quad \frac{M_x}{k_{hx} \cdot f_{bd} \cdot W_x} + \frac{M_y}{k_{hy} \cdot f_{bd} \cdot W_y} \leq 1$$

x - y: Ejes principales baricéntricos de la sección transversal de la viga

M_x M_y: Proyección del momento actuante M respecto de los ejes principales

- Pandeo Lateral Torsional**
 Se verifica por condición de esbeltez, procediendo de acuerdo con la norma DIN 1052:

$$\lambda_y = L_b / r_y$$

Si $\lambda_y \leq 40$ → NO requiere verificación

Si $\lambda_y > 40$ Requiere verificación.

- Verificación conforme la teoría de pandeo lateral torsional, considerando las características de la madera y de los medios de unión
 - Verificación simplificada:
 La tensión en la fibra más alejada del borde comprimido debe cumplir:

$$f_b = \frac{M_x}{k_{hx} \cdot W_x} + \frac{M_y}{k_{hy} \cdot W_y} \leq \frac{1.26 \cdot f_{bd}}{\omega_y}$$

L_b: Longitud no arriostrada del cordón comprimido, en dirección perpendicular al eje longitudinal de la viga.

r_y: Radio de giro del cordón comprimido de la viga respecto del eje de menor inercia.

ω_y: Coeficiente de pandeo en función de la esbeltez λ_y

- Capacidad a CORTE**

La capacidad resistente a corte se verifica en la sección donde se produce el máximo esfuerzo, según sea:

Por TENSIONES ADMISIBLES

$$f_v = \frac{V_u \cdot S_x}{b \cdot I_x} = \kappa \cdot \frac{V_u}{b \cdot h} \leq f_{vd}$$

Por CAPACIDAD

$$V_u \leq V_d = f_{vd} \cdot \frac{b \cdot I_x}{S_x} = \frac{f_{vd} \cdot b \cdot h}{\kappa}$$

f_v: Tensión o esfuerzo de corte actuante en la sección

f_{vd}: Tensión o esfuerzo cortante admisible o de cálculo

V_u: Esfuerzo de corte actuante en la sección analizada

V_d: Esfuerzo de corte resistente en la sección analizada

b: Espesor de la sección en la fibra donde se verifica la tensión de corte

h: altura o canto de la sección

I_x: Momento de inercia baricéntrico de la sección de la viga

S_x: Momento estático de la porción de sección que desliza por encima de la fibra analizada respecto del eje neutro de flexión

κ: Coeficiente de forma por cortante de la sección analizada (Sección rectangular κ=1.5)

▪ **Capacidad a APLASTAMIENTO en la sección apoyada**

Conforme alguna de las siguientes expresiones:

$$f_{c90} = \frac{R_u}{b \cdot a} \leq f_{c90d}$$

$$R_u \leq R_d = f_{c90d} \cdot b \cdot a \quad \rightarrow \quad a \geq \frac{R_u}{f_{c90d} \cdot b}$$

f_{c90} : Tensión o esfuerzo de compresión perpendicular a la fibra

f_{c90d} : Tensión o esfuerzo de compresión perpendicular a la fibra, admisible o de cálculo

R_u : Reacción o fuerza de presión actuante en la sección analizada

R_d : Reacción o Fuerza de presión resistente en la sección analizada

b : Espesor de la sección en el apoyo de la viga

a : Longitud de apoyo de la viga, medido paralelo al eje de la viga

11.2.4.3. Condición de Rigidez

En general se controla la deformación, controlando la flecha máxima de la viga como una función de la luz de la viga y en referencia al estado de servicio que esa viga debe prestar.

$$\Delta \leq \frac{L}{n}$$

L : Luz de cálculo de la viga simplemente apoyada, distancia entre los puntos de inflexión de la elástica o dos veces la luz libre de voladizos.

n : número entero que indica el grado de exigencia a cumplimentar.

Δ : Flecha máxima de la viga.

Para el cálculo de la flecha debe considerarse las deformaciones de flexión y de cortante:

$$\Delta = \Delta_M + \Delta_O$$

Para carga uniformemente distribuida es:

$$\Delta_O = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot G \cdot A_w}$$

G : Módulo de Cizalla $G \cong E / 16$

A_w Sección del alma

En general la componente de cortante es significativa cuando la altura del alma es mayor que $L / 15$ – (como ejercicio puede hacer la comprobación)

En flexión oblicua ha de considerarse

$$\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$$

En consideración sólo de la componente flexional de la deformación, se obtiene una expresión que permite aproximar el momento de inercia que cumple la condición requerida

$$\Delta = \frac{k \cdot M_{act} \cdot L^2}{E \cdot I} \leq \frac{L}{n} \Rightarrow I \geq \frac{n \cdot k \cdot M_{act} \cdot L}{E}$$

k : Factor conforme las condiciones de carga y apoyos

n : Condición de rigidez exigida

Por ejemplo:

Madera CONÍFERA, calidad II, Grupo 2 $\rightarrow E = 10.000 \text{ MPa (N/mm}^2)$

Viga simplemente apoyada y carga uniforme $\rightarrow k = 1 / 9.6$

$\rightarrow M = q \cdot L^2 / 8$

Condición de deformación: $f \leq L/300 \rightarrow n = 300$

$I [\text{cm}^4] \geq 310 M [\text{kN m}] \cdot L [\text{m}]$

11.2.5. Secciones compuestas

11.2.5.1. Formas de secciones compuestas

H I T Z L

11.2.5.2. Esfuerzos en los bordes y en los baricentros

En secciones compuestas se verificará:

- El esfuerzo en el borde de los cordones no superará la tensión admisible a flexión
- El esfuerzo en el baricentro del cordón traccionado no superará la tensión admisible a tracción
- En vigas de celosía de cordones paralelos, se admite verificar como viga triangulada articulada si la altura del cordón es menor a 1/7 de la altura de la viga. Caso contrario debe verificarse la capacidad flexional de los cordones.

11.2.5.3. Dimensionamiento y capacidad resistente

Las secciones se verificarán en condiciones de resistencia y de rigidez, considerando la flexibilidad de los medios de unión: colas, clavos, conectores, pernos.

▪ **Momento de Inercia Eficaz o Efectivo**

En el comportamiento resistente de piezas de madera, a la anisotropía propia del material se suma la flexibilidad de las conexiones.

Se trata ahora de piezas compuestas heterogéneas (no homogéneas), ya no porque se han conformado con diferentes materiales (que aún es posible) sino porque las conexiones no resultan rígidas.

La heterogeneidad de la sección resultante, se mide adoptando valores efectivos o eficaces de las propiedades características de la sección.

$$I_{ef} = \sum_{i=1}^n I_i + \gamma \sum_{i=1}^n A_i \cdot a_i^2 \qquad \gamma = \frac{1}{1+k}$$

$$k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A_1 \cdot e'}{L_b^2 \cdot C} \text{ Secciones H o I} \quad - \quad k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot e'}{L_b^2 \cdot (A_1 + A_2) \cdot C} \text{ Secciones T}$$

I_{ef} : [cm⁴] Momento de inercia efectivo o eficaz, respecto del baricentro de la sección compuesta.

I_i : [cm⁴] Momento de inercia baricéntrico propio de cada componente individual.

A_i : [cm²] Área individual de cada componente. A1 corresponde a cordones.

a_i : [cm] Distancia entre el c. de g. del componente individual y el eje baricéntrico del conjunto.

γ : Factor que considera la flexibilidad de las conexiones en función de:

e' [cm] Espaciamiento medio de los medios de unión; supone la disposición en una única línea o fila.

L_b [cm] longitud arriostrada, distancia entre apoyos. En voladizos o ménsulas se asume el doble de la luz volada: $L = 2L_v$

C [kN/cm] Módulo de cizallamiento o corrimiento asignado al medio de unión

Tabla 3 - Módulo de corrimiento C [kN/cm] y formas de la sección transversal

Flexión o pandeo con eje neutro:	Medio de unión		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4
x - x	Clavos	Cizalla simple	6.00	6.00	9.00	6.00
		Cizalla doble	14.00	-	18.00	-
y - y		Cizalla simple	-	9.00	6.00	-
		Cizalla doble	-	18.00	14.00	-
x - x y - y	Conectores		150.00 225.00 300.00	Para capacidad de carga del conector (N en KN)		N < 16 16 < N < 30 30 < N

11.2.5.4. Secciones encoladas: considerando la unión rígida que provee el encolado se verificarán como secciones macizas.

En las expresiones de I_{ef} , $k = 0$ y $\gamma = 1$, por lo que:

$$I_{xef} = I_x \quad - \quad I_{yef} = I_y$$

11.2.5.5. Secciones con conectores y clavijas

Se verifican la capacidad o los esfuerzos tanto en los bordes de los cordones y del alma como en el baricentro del cordón traccionado.

- Condición de resistencia flexional

Verificando por:

CAPACIDAD

$$M_u \leq M_d$$

$$M_w = \pm f_{wbd} \cdot I_{ef} \cdot \frac{2}{h_w} \cdot \frac{I_{wn}}{I_w}$$

$$M_1 = \pm \frac{f_{1bd} \cdot I_{ef}}{\gamma \cdot a_1 \cdot \frac{A_1}{A_{1n}} \pm \frac{h_1}{2} \cdot \frac{I_1}{I_{1n}}}$$

$$M_{a1} = + \frac{f_{t00d} \cdot I_{ef}}{\gamma \cdot a_1 \cdot \frac{A_1}{A_{1n}}}$$

$$M_d = \min[M_w ; M_1 ; M_{a1}]$$

ESFUERZOS ADMISIBLES

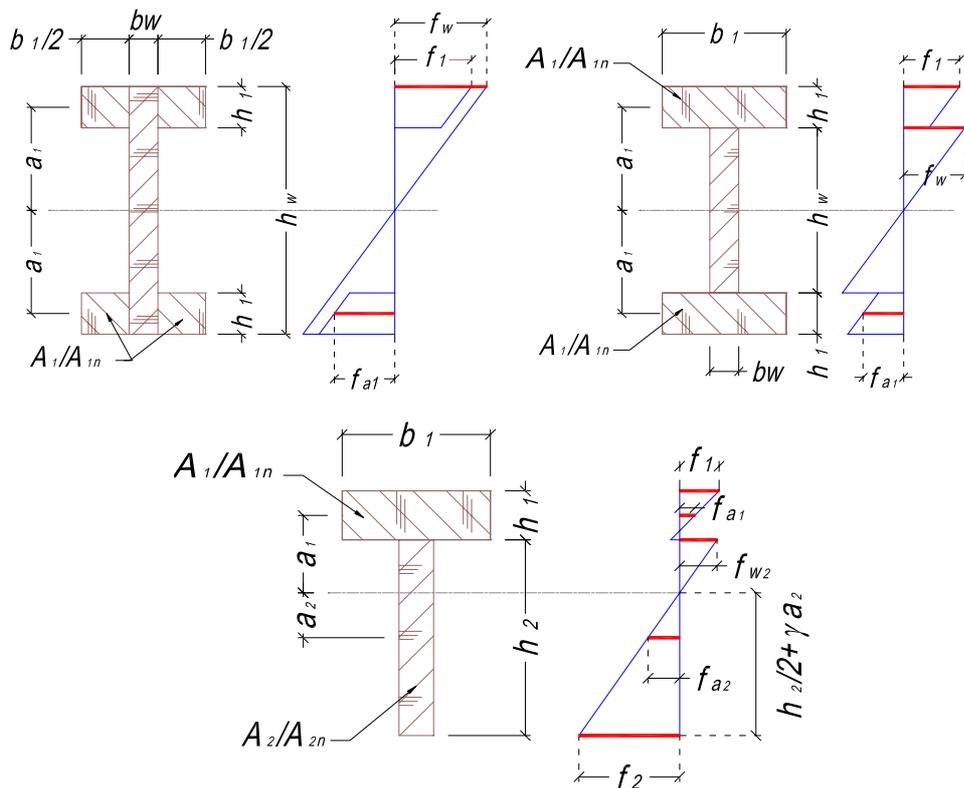
$$f_b \leq f_{bd}$$

$$f_{bw} = \pm \frac{M_{act}}{I_{ef}} \cdot \frac{h_w}{2} \cdot \frac{I_w}{I_{wn}} \leq f_{bwd}$$

$$f_{b1} = \pm \frac{M_{act}}{I_{ef}} * \left[\gamma \cdot a_1 \cdot \frac{A_1}{A_{1n}} \pm \frac{h_1}{2} \cdot \frac{I_1}{I_{1n}} \right] \leq f_{b1d}$$

$$f_{a1} = + \frac{M_{act}}{I_{ef}} * \gamma \cdot a_1 \cdot \frac{A_1}{A_{1n}} \leq f_{t00d}$$

DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES EN LA SECCION



▪ **Pandeo lateral del cordón comprimido**

Se verifica sobre la base de la esbeltez eficaz que dispone el cordón comprimido respecto del eje de menor inercia.

Se asume que el cordón comprimido se encuentra arriostrado en una longitud L_b

$$\lambda_y = \frac{L_b}{r_{yef}}$$

Si $\lambda_y \leq 40$ se considera que no existe posibilidad de pandeo lateral

Si $\lambda_y > 40$ se verifica según las siguientes expresiones, salvo un estudio más detallado

CAPACIDAD

$$M_u \leq M_{bkd}$$

$$M_{bkd} = f_{bd} \cdot I_{xef} \cdot \frac{2}{h_w} \cdot \frac{I_{wn}}{I_w} \cdot \frac{1.26}{\omega_y}$$

ESFUERZOS ADMISIBLES

$$f_b \leq f_{bd} \cdot \frac{1.26}{\omega_y}$$

$$f_b = \frac{M_{act}}{I_{ef}} \cdot \frac{h_w}{2} \cdot \frac{I_w}{I_{wn}}$$

▪ **Esfuerzos de cizalla**

La capacidad a cortante de las secciones de la viga se verifica para el cortante máximo (Q_{max}) en consideración al momento de inercia eficaz y a la flexibilidad de la unión

CAPACIDAD

$$V_u \leq V_d$$

ESFUERZOS ADMISIBLES

$$f_v \leq f_{vd}$$

Para secciones **H I**

$$V_u \leq V_d = \frac{f_{vwd} \cdot b_w \cdot I_{ef}}{(\gamma \cdot S_1 + S_w)} \quad f_v = \frac{V_u}{b_w \cdot I_{ef}} \cdot (\gamma \cdot S_1 + S_w)$$

Para secciones **T**

$$V_u \leq V_d = \frac{f_{vwd} \cdot b_w \cdot I_{ef}}{S_{w2}} \quad f_v = \frac{V_u}{b_w \cdot I_{ef}} \cdot S_{w2}$$

f_{vwd} : Tensión o esfuerzo cortante de cálculo (admisible, disponible) que resiste la madera

b_w : Espesor del alma

$S_1 = a_1 \cdot A_1$ Momento estático de la sección transversal del cordón, respecto del eje neutro

$S_w = b_w \cdot h_w^3 / 8$ Momento estático de la mitad del alma referido al eje neutro

$S_{w2} = (h_w/2 + \gamma \cdot a_2)^2 \cdot b_w/2$ Momento estático de la sección de alma ubicada por debajo del eje neutro, referido a ese mismo eje

a_1, a_2 : Distancia del c. de g. de las secciones A_1 y A_2 al eje baricéntrico de la sección completa

▪ **Conexión entre alma y cordones**

En la práctica, se determina en función al esfuerzo de corte máximo (V_{umax})

El flujo de cizalla máximo en la junta resulta: $V_{uef} = \frac{V_u \cdot \gamma \cdot S_1}{I_{ef}}$ en kN/cm

El espaciamiento de clavos, tornillos o conectores viene dado por:

$$e \leq \frac{n \cdot N_{cd}}{V_{uef}}$$

e : espaciamiento del medio de unión en la misma hilera

n : número de filas o hileras de clavijas o conectores

N_{cd} Capacidad del conector o la clavija para transmitir carga transversal a su eje

Es posible distribuirlos uniformemente a lo largo de la viga o en proporción a la variabilidad del esfuerzo de corte (en tramos de igual separación, por ejemplo).